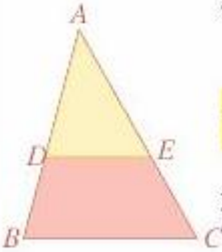
Selección de actividades y ejercicios Matemática II- Prof. Elena Freire

Para los ejercicios propuestos se diseñará una carpeta con imágenes geogebra y con el nombre del alumno impreso dentro de cada imagen.

Recordar:

TEOREMA DE THALES.



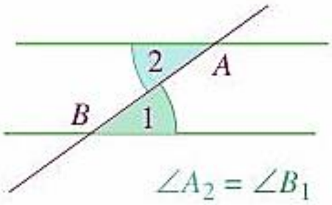
Si $(DE) \parallel (CB)$ entonces,

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

y recíprocamente.

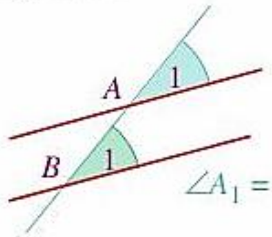
Si las rectas r y s son paralelas entonces:

1. Dos ángulos alternos internos son iguales.



$\angle A_2 = \angle B_1$

2. Dos ángulos correspondientes son iguales.

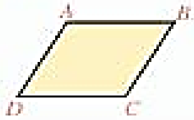


$\angle A_1 = \angle B_1$

y recíprocamente.

PARALELOGRAMOS

ABCD es un paralelogramo si: $(AB) \parallel (CD)$ y $(BC) \parallel (AD)$.



Propiedades características de un paralelogramo ABCD.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
- $AB = CD$ y $BC = AD$.
- $[AC]$ y $[BD]$ se cortan en su punto medio.
- Los ángulos opuestos son iguales.
- Los ángulos consecutivos son suplementarios.

Paralelogramos particulares, propiedades características:

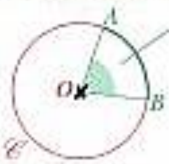
RECTÁNGULO.

- Cuadrilátero con tres ángulos rectos.
- Paralelogramo con un ángulo recto.
- Las diagonales son iguales y se cortan en su punto medio.

ROMBO.

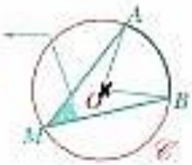
- Los cuatro lados iguales.
- Paralelogramo de dos lados consecutivos iguales.
- Las diagonales se cortan perpendi-

VOCABULARIO Y PROPIEDADES.



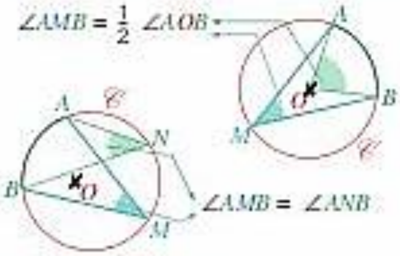
$\widehat{AOB}$ es un ángulo al centro: central que abarca el arco menor $\widehat{AB}$.

$\widehat{AMB}$ es un ángulo inscrito que abarca el arco menor $\widehat{AB}$.



En una circunferencia, un ángulo inscrito es igual a la mitad del central que abarca el mismo arco.

$\angle AMB = \frac{1}{2}\ \angle AOB$

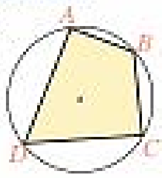


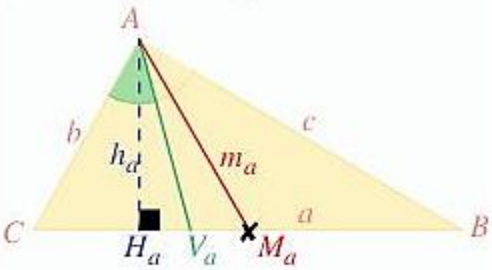
$\angle AMB = \angle ANB$

Dos ángulos inscritos en una misma circunferencia y que abarcan arcos iguales son iguales y recíprocamente.

CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE:

Un cuadrilátero es inscritible si sus vértices pertenecen a una circunferencia.





ABC es un triángulo y:

- *h_a la altura correspondiente al lado a.*
- *M_a el punto medio del lado a.*
- *m_a la mediana correspondiente al lado a.*
- *AV_a la bisectriz del ángulo de vértice A.*

1. Una recta r y un punto P distan 5 cm. Determinar el lugar geométrico de los puntos del plano que distan 3 cm de (r) y además disten de P 3cm
2. Idem ej. anterior pero disten de P 2 cm
3. Idem ej.1) cambiando disten de P "x" cm, realizar discusión.
4. (r) y (s) son dos rectas coplanares y secantes, hallar los puntos del plano que distan 3 cm de la recta (r) y 2 cm de la recta (s)
5. C es un circunferencia de diámetro AB= 6 cm. M' es punto medio de JM. JM es una cuerda de longitud constante 3 cm. Hallar el lugar geométrico de los puntos M' cuando M varía en C
6. Idem ej. anterior pero cambiando AM cuerda variable. Lugar geométrico de M' al variar M en la circunferencia
7. Hallar puntos del plano que equidistan de dos rectas (r) y (s) (plantear diferentes casos)
8. (pág 13 libro Belcredi) ej. 1-2-3-4.
9. Sobre una cfa. De centro O se toman A,B,C y M que cumplen, el triángulo ABC es isósceles (AB=AC), el ángulo COA es 110° y M pertenece al arco BAC. Construye la figura y calcula los ángulos ABC y BMC
10. C es una circunferencia de centro O, radio 3, circunscripta al triángulo ABC, (r) es la mediatriz de (BC) e I es el punto de intersección de la recta (r) con el arco BC que no contiene al punto A.
    a. Compara los ángulos IAC, IOC
    b. Muestra que la recta AI contiene a la bisectriz del ángulo BAC
11. Paralelismo entre rectas (pág. 7 Belcredi-Zambra Geometría) ej. 3 Si ABC es un triángulo tal que BC=4.5 cm, CA=3,3 cm. P es un punto de la recta BC exterior al segmento BC tal que CP= 1,5 cm. r es un punto de la recta (AC) tal que CR=1,1 cm ¿ Son paralelas las rectas PR y AB? Justifique.
12. Construye un triángulo ABC escaleno, obtusángulo, M,N,P son los respectivos puntos medios. Investiga la relación que existe entre los lados del triángulo ABC y MNP. Justifique.
13. Se considera una cfa. de centro O y dos diámetros AB y CD perpendiculares. Sea M un punto perteneciente al segmento AB, por M se traza la recta CM que vuelve a cortar a la cfa. en N. La tangente por N a la cfa. y la perpendicular a AB por M, se cortan en P.

    a) Demostrar que el cuadrilátero OMNP es cíclico. b) Idem con OMND.

    c) Demostrar que OP es paralela a MN

14. Sean C_1 y C_2 dos cfas. secantes en A y B. Por A se traza una recta variable que vuelve a cortar a las cfas. en C y D respectivamente.

a) Demostrar que el ángulo CBD es constante.

b) Se trazan las tangentes a C_1 en C y a C_2 en D, demostrar que forman un ángulo constante.

15. Ej. pág. 28 Belcredi) Sea ABC un triángulo acutángulo, G su baricentro, A',B',C' los respectivos puntos medios de los segmentos BC, CA, AB.

a. Demuestra que las rectas BC, CA, AB son paralelas las rectas B'C', C'A', A'B' (respectivamente).

b. Demuestra que G es baricentro del triángulo A'B'C'

16. Las rectas (r) y (s) son secantes en O, sobre la recta r) se encuentran los puntos A,B,C,D,E y sobre la recta s) se encuentran los puntos A',B',C',D',E' tal que AA', BB', CC', DD', EE' son paralelas y AB=3, BC=4,5, CD=7,5, DE=12, A'B'=2,4.

a. Calcula B'C', C'D', D'E'

b. Compara las razones entre CD-CE y C'D' – C'E'

17. Plantea los 4 criterios de igualdad de dos triángulos, diseña un ejercicio que pida demostrar la congruencia entre dos triángulos

18. Construye un triángulo ABC que cumpla las siguientes condiciones:

a. c=6cm h_C=4cm ángulo C= 50°

b. **c=5cm** **m_C**= 3 cm ángulo C=70°

19. pág. 12 libro Geometría Belcredi. Cuadriláteros particulares.

a. Sobre un cuadrilátero ABCD se marcan los puntos medios de sus lados (M, N, P, Q) . Demuestra que el cuadrilátero MNPQ es un paralelogramo.

20. Dado un triángulo ABC se considera el punto medio M del lado AB. Traza por el punto M las paralelas (r) y (s) a las rectas BC y AC respectivamente. N es el punto de intersección de las rectas (r) y AC, P es el punto de intersección de las rectas (s) y BC.

a. Demuestra que los triángulos AMN, MBP, PNM y NPC son congruentes. (repasa criterios de congruencia o igualdad de triángulos)

b. Investiga la relación que existe entre los segmentos: MN-BC, MP-AC, NP-AB.

El siguiente material ha sido extraído del libro Geometría: Hector Patritti- Ana Cololó
CRITERIOS DE CONGRUENCIA TRIÁNGULOS

21. (ej.19 planif) C es una circunferencia de diámetro AB y centro O. En el arco superior AB se consideran los puntos C y D tales que el ángulo COD=90°. C' y D' son las proyecciones ortogonales de C y D sobre AB (respetivamente).

a. Demostrar que son congruentes los triángulos OCC', ODD'

22. (ej 20 planif) Se trazan las tangentes a la circunferencia (C) desde un punto P, siendo los puntos de tangencia A, B.

a. Probar que los segmentos PA y PB son congruentes (igualdad de longitudes)

b. Probar que la semi-recta PO es bisectriz del ángulo APB.

c. La recta OP es mediatriz del segmento AB

d. La semi-recta OP es bisectriz del ángulo AOB

TEOREMA DE LA ALTURA Y TEOREMA DEL CATETO

23. Sea ABC un triángulo rectángulo en A. H es el pie de la altura correspondiente al vértice A. Utilizando semejanza de triángulos demostrar que $AH^2=BH.HC$ **(teorema de la altura)**

24. Teorema del Cateto. En el triángulo del ejercicio anterior demuestra:

a. $AB^2=BH.\ BC$

b. $AC^2=CH.\ BC$

25. Propone dos ejercicios en los cuales se apliquen los teoremas anteriores.

26. C es una circunferencia con centro O y radio (r). P es un punto exterior a la circunferencia, (s) y (h) son dos rectas tal que su intersección es el punto P y además son secantes a la circunferencia. (s) interseca a (C) en A, B. (h) interseca a C en A', B'.

a. Demuestra que los triángulos PA'B, PAB' son semejantes y concluye que PA.PB=PA'.PB'

b. Demuestra que si la recta (s) coincide con la tangente a la circunferencia por P los triángulos PA'A y PB'A son semejantes y $PA'.PB'= PA^2$ (en el caso que (s) es tangente a la cfa. Se sugiere cambiar A por T)

Pág. 51- libro Belcredi-Zambra- Geometría para bachillerato

27. Recta de Euler: En un triángulo ABC, trazar O centro de la circunferencia circunscripta. G es el baricentro y H es el ortocentro del triángulo ABC. A' es el punto diametralmente opuesto al punto A en la circunferencia circunscripta al triángulo ABC.

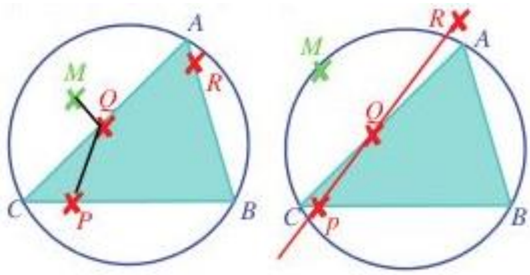
a. Demuestra que las rectas CH y BA' son paralelas

b. Muestra que los segmentos BC –HA' tienen el mismo punto medio J.

c. Deduce que G es baricentro del triángulo AHA'

d. ¿cuál es la posición de G respecto de los puntos O y H

28. .



Recta de Simson

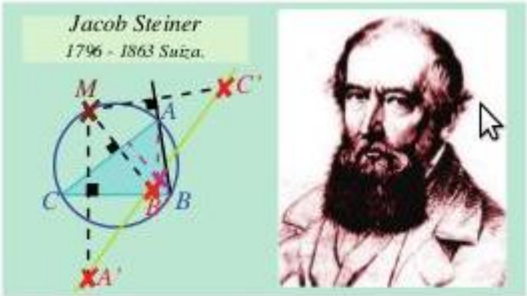
Sea $\mathscr{C}$ la circunferencia circunscrita al triángulo ABC. Para cada punto M del plano se consideran los puntos P, Q y R proyecciones ortogonales de M sobre (BC), (CA) y (AB) respectivamente.

a. Considerando los cuadriláteros MQPC y ARMQ muestra que los ángulos PQM y PCM son iguales (o suplementarios), así como los ángulos RAM, RQM.

b. Deduce que los puntos P,Q,R están alineados si y solo si los ángulos PQM y RQM son suplementarios (o iguales) y que dicha condición es equivalente a que los ángulos BAM y BCM sean también suplementarios (o iguales).

c. Concluye que los puntos P,Q, R están alineados si y solo si M pertenece a la Circunferencia circunscripta al triángulo ABC.

d. Se consideran dos puntos M y M' sobre la circunferencia C, d) y d') son sus rectas de Simson. Muestra la igualdad entre la amplitud del ángulo formado por las rectas d y d' y el ángulo MAM'.

29. 

Recta de Steiner

Sea un triángulo ABC, para cada punto M del plano se consideran A', B' y C' respectivamente simétricos de M respecto de las rectas (BC), (CA) y (AB).

• Muestra que las circunferencias circunscritas a los triángulos ABC', $AB'C$ y $A'BC$ tienen un punto común M'.

Examina los dos casos excepcionales:

- el punto M pertenece a uno de los lados del triángulo ABC.
- el punto M es el ortocentro H del triángulo ABC.

• Muestra que los puntos A', B', C' y M' son concíclicos o alineados. ¿En qué caso se produce esta última situación?

• Se supone que M pertenece a la circunferencia $\mathscr{C}$ circunscrita al triángulo ABC. Muestra que las circunferencias circunscritas a los triángulos $A'BC$, $AB'C$ y ABC' tienen igual radio que $\mathscr{C}$ y que el punto M' coincide con H.

- Deduce que si M pertenece a la circunferencia C, la recta que contiene a los puntos A’, B’, C’ pasa por H (Recta de Steiner) y que la recta de Simson del punto M pasa por el punto medio del segmento MH.