Ejercicios 6° Medicina- 2016- Selección realizada por la prof. E. Freire- Liceo 10

Ejercicios para 6° Medicina- Profesora E.Freire- **Liceo n° 10- 2016**

Funciones partidas o funciones por partes

1) Trabajo a realizar en forma grupal utilizando el software Geogebra, máximo 3 integrantes. Graficar las siguientes funciones definidas de R en R:

i) Cada grupo deberá investigar cómo escribir una función partida en Geogebra, realizando conclusiones respecto de los gráficos obtenidos.

ii) Cada subgrupo realizará una presentación explicando las observaciones y conclusiones obtenidas.

$$f: f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & , \; si \;\; x \leq 1 \\ x - 4 & , \; si \;\; x > 1 \end{cases},$$

$f_1: f_1(x) = |f(x)|$, $\quad f_2: f_2(x) = -f(x)$, $\quad f_3: f_3(x) = f(x) - 2$

$$g: g(x) = \begin{cases} x\text{-}3 & , \; si \;\; x < -2 \\ 4 & , \; si \;\; x = -2 \\ x^2 - 9 & , \; si \; x > -2 \end{cases},$$

$g_1: g_1(x) = |g(x)|$, $\quad g_2: g_2(x) = -g(x)$, $\quad g_3: g_3(x) = g(x) + 3$

$$h: h(x) = \begin{cases} \text{-}2x+9 & , \; si \; x > 2 \\ x^2 + 1 & , \; si \; \text{-}1 < x \;\; \leq 2 \\ 2 & , \; si \;\; x \leq -1 \end{cases}, \qquad h_1: h_1(x) = |h(x)|, \quad h_2: h_2(x) = -h(x), \quad h_3: h_3(x) = h(x) - 1$$

$$i: i(x) = \begin{cases} x - 2 & , \; si \;\; x \geq 2 \\ sg(x) & , \; si \;\; x < 2 \end{cases}, \qquad i_1: i_1(x) = |i(x)|, \quad i_2: i_2(x) = -|i(x)|, \quad i_3: i_3(x) = i(x-3)$$

$$j: j(x) = \begin{cases} x\text{-}4 & , \; si \;\; x \geq 2 \\ -2x + 2 & , \; si \;\; \text{-}1 \leq x < 2 \end{cases},$$

$j_1: j_1(x) = j(x-1)$, $\quad j_2: j_2(x) = j(x+3)$, $\quad j_3: j_3(x) = -j(x+3)$

Ejercicios 6° Medicina- 2016- Selección realizada por la prof. E. Freire- Liceo 10

$$k:k(x)=\begin{cases} 2x+2 & , \; si \;\; x\leq 0 \\ -1 & , \; si \;\; 0<x<3 \\ (x-4)^2 & , \; si \;\; 3<x<6 \end{cases} \quad , \qquad k_1:k_1(x)=k(x-1), \quad k_2:k_2(x)=-k_1(x)$$

.

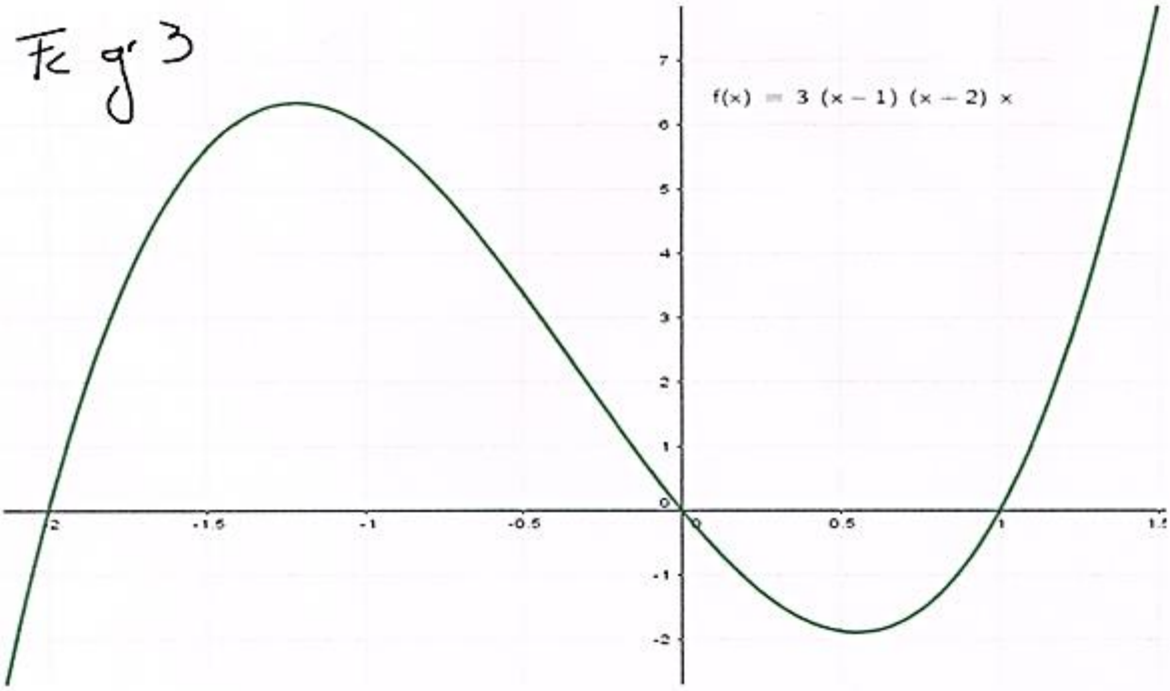
- ✓ Estudiar el crecimiento y decrecimiento de las funciones anteriormente graficadas.
- ✓ Investigar la definición de función estrictamente creciente y estrictamente decreciente en un intervalo (a,b)
- ✓ Averigua la definición de mínimo relativo y máximo relativo en "x=a" siendo "a" un elemento perteneciente al dominio de la función.

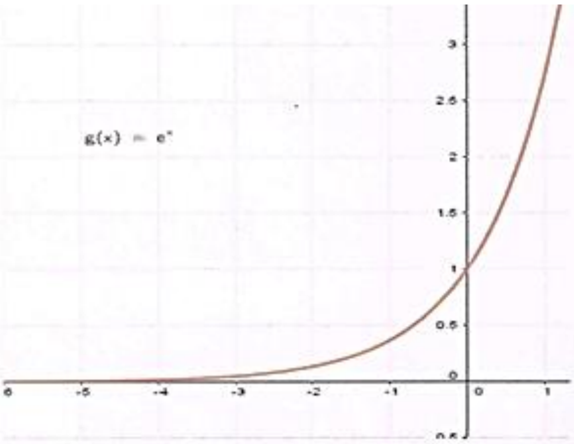
ESTUDIO DEL CRECIMIENTO Y MÁXIMOS O MÍNMOS RELATIVOS DE UNA FUNCIÓN

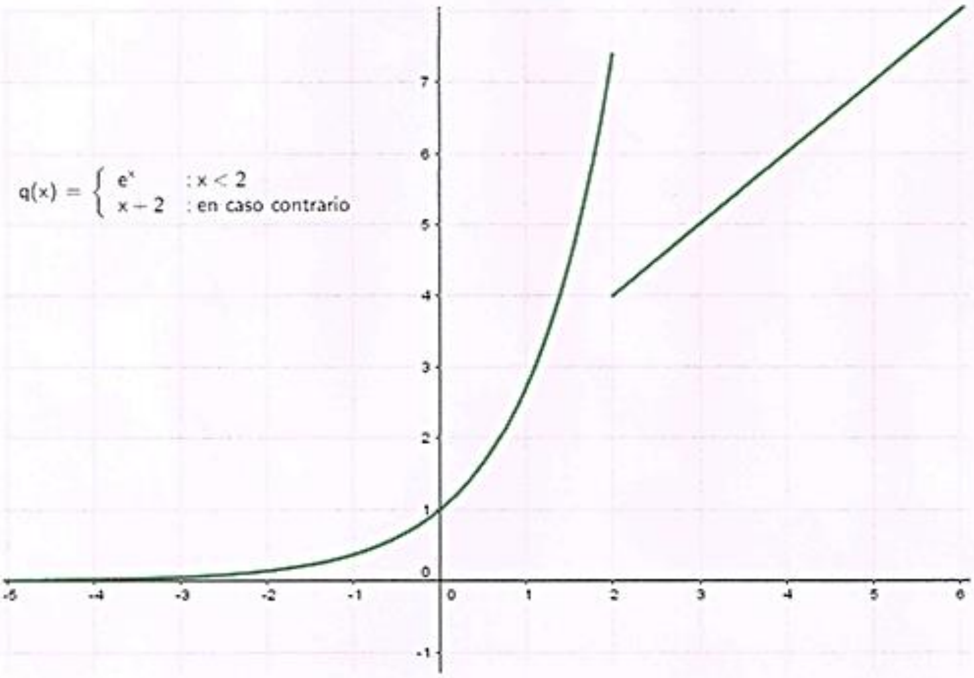
Estudia el crecimiento de cada una de las funciones bosquejadas a continuación. Plantea máximos y mínimos relativos

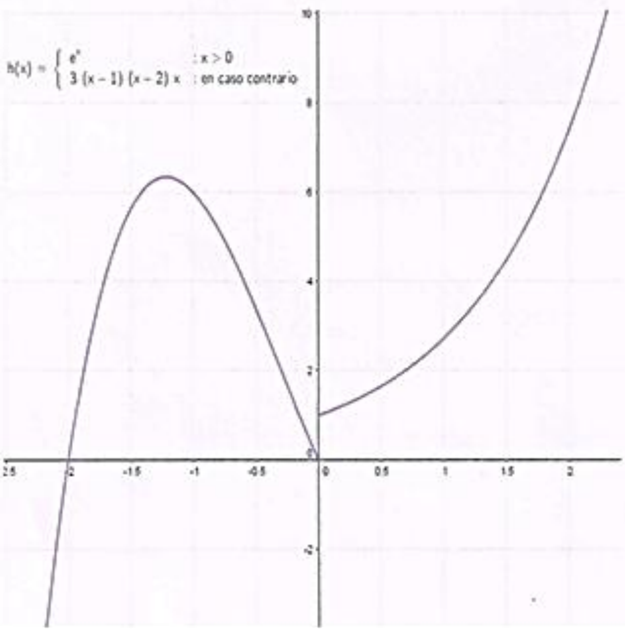
Realiza la representación gráfica del valor absoluto de cada una de las funciones representadas.

Fc g 3




g(x) = e^x


q(x) = { e^x : x < 2
x + 2 : en caso contrario


h(x) = { e^x : x > 0
3 (x − 1) (x − 2) x : en caso contrario

Ejercicios 6° Medicina- 2016- Selección realizada por la prof. E. Freire- Liceo 10

LÍMITES Y CONTINUIDAD

- Investiga la definición de "función continua en x=a", plantea un ejemplo y un contraejemplo
- Averigua si las funciones, son o no continuas, justifica tu respuesta. utilizando la definición
- Complementa el razonamiento graficando utilizando geogebra

Estudia la continuidad de las funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} x+1 & si\ x\leq 0 \\ 1 & si\ 0<x\leq 2 \\ x^2-3 & si\ x>2 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 3 & si\ x\leq 0 \\ x & si\ 0<x\leq 2 \\ \dfrac{x+4}{3} & si\ x>2 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2+3x+2 & si\ x\leq 1 \\ 5x & si\ 1<x\leq 5 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si\ -4\leq x\leq 2 \\ -x^2+3x-1 & si\ 2<x<3 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si\ x<0 \\ 0 & si\ x=0 \\ 1-x^2 & si\ x>0 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} 0 & si\ x=0 \\ \dfrac{1}{x^2} & si\ x\neq 0 \end{cases}$

g) $g(x)=\begin{cases} e^x\ si\ x<0 \\ x-1\ si\ x\leq 0 \end{cases}$

$h(x)=\begin{cases} L(x-2)\ si\ x>2 \\ x+1\ si\ x\leq 2 \end{cases}$

Representa utilizando Geogebra 4 funciones con la correspondiente expresión analítica teniendo en cuenta las siguientes orientaciones:

- ✓ La primer función representada no es continua en "x=3"
- ✓ La segunda función representada es continua en R y corresponde a una función por partes, en un intervalo es una parábola de concavidad positiva y en otro intervalo es una recta.
- ✓ La tercer función representada es una función partida donde en cada intervalo es una recta y no es continua en "x=5"
- ✓ La cuarta función es de tú creación debe tener 2 valores de "x" en los cuales no es continua

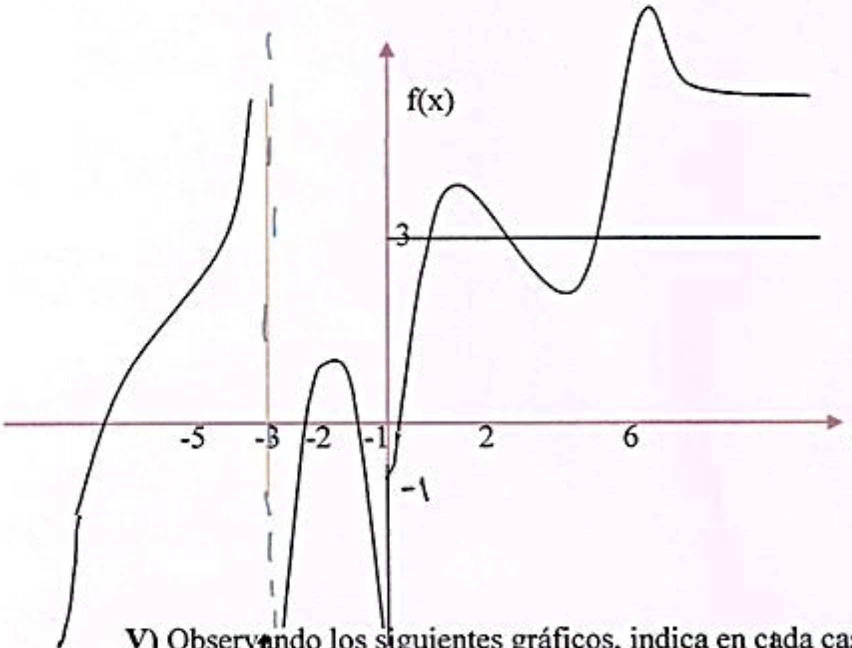
En todos los casos justifica las respuestas planteadas.

$f(x)=\begin{cases} 3 & ; x>1 \\ x-2 & ; x \leq -1 \end{cases}$

i) $g(x)=\begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x<0 \end{cases}$

j) $h(x)=\begin{cases} e^x & ; x \leq 0 \\ L(x) & ; 0<x \leq 1 \\ -x+1 & ; x>1 \end{cases}$

IV) De acuerdo al siguiente gráfico indicar:



$D(f)=$

$sg\ f(x) \longrightarrow$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=$

$\lim\limits_{x\to-3} f(x)=$

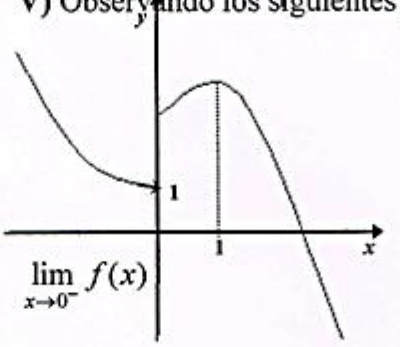
$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$

$\lim\limits_{x\to 6} f(x)=$

$\lim\limits_{x\to-3^+} f(x)=$

$\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)=$

V) Observando los siguientes gráficos, indica en cada caso: dominio de la función., lím.

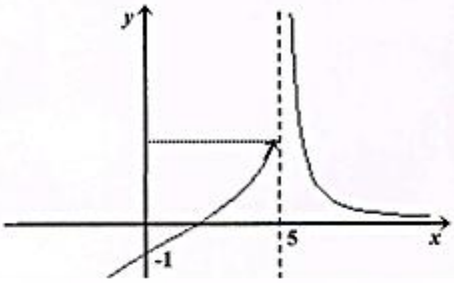


$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$



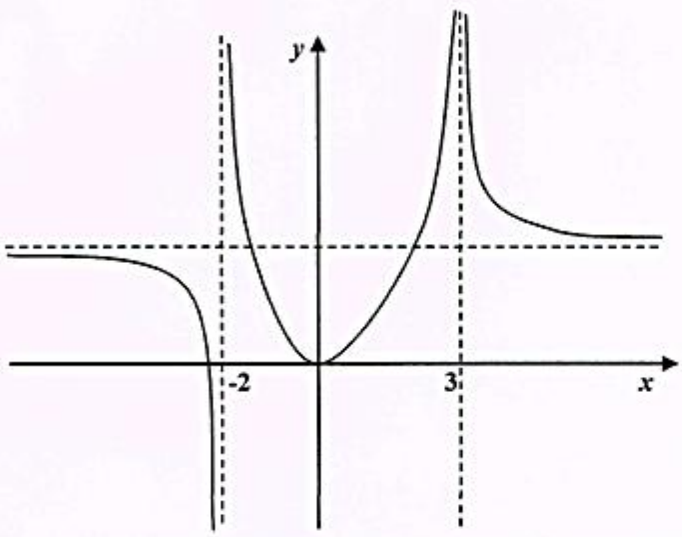
$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x\to 0} g(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim\limits_{x\to 5^-} g(x)$

$\lim\limits_{x\to 5^+} g(x)$



$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^-} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^+} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-2} h(x)$

En los ejercicios del 1 al 3 completar la tabla y utilizar los resultados para estimar el límite

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+3}}{x}$

x	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
f(x)							

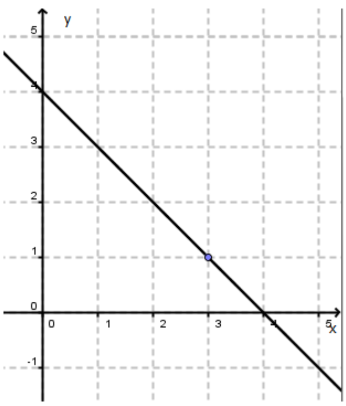
2) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{2^x}{x+3}$

x	-3,1	-3,01	-3,001	-3	-2,999	-2,99	-2,9
f(x)							

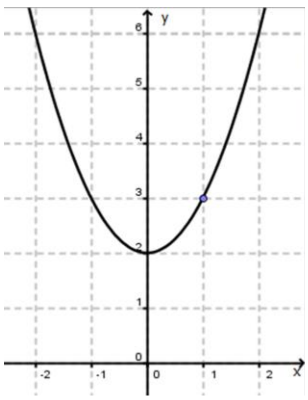
3) $\lim\limits_{x \to 5^+} \dfrac{1}{\sqrt{x-5}}$

x	5,1	5,01	5,001	5,0001	5,0000	5,00000	5
f(x)							

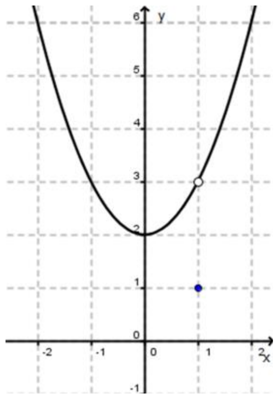
En los ejercicios del 4 al 9, utiliza la gráfica para hallar el límite (si existe)



4) $\lim\limits_{x \to 3}(4-x)$

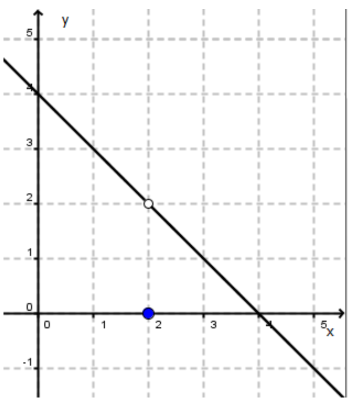


5) $\lim\limits_{x \to 1}\left(x^2+2\right)$



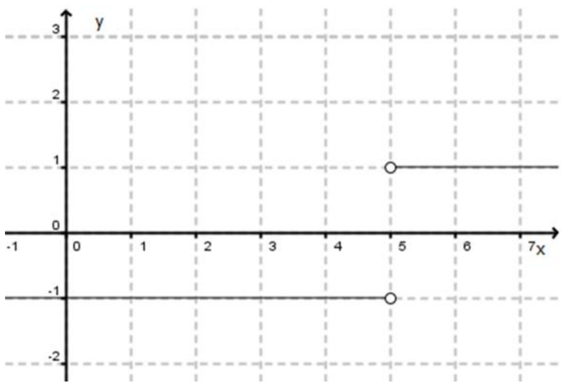
$\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

6) $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x \neq 1 \\ 1, & x=1 \end{cases}$

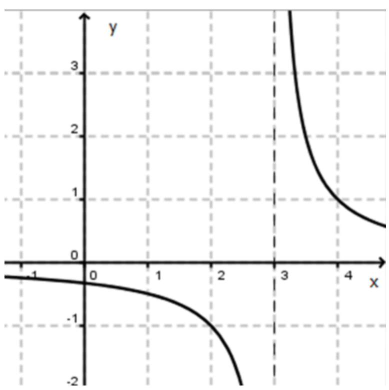


$\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

7) $f(x)=\begin{cases} 4-x, & x \neq 2 \\ 0, & x=2 \end{cases}$

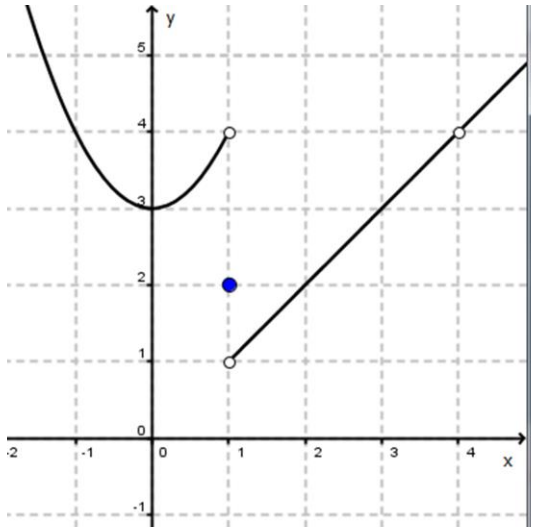


8) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{|x-5|}{x-5}$



9) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{x-3}$

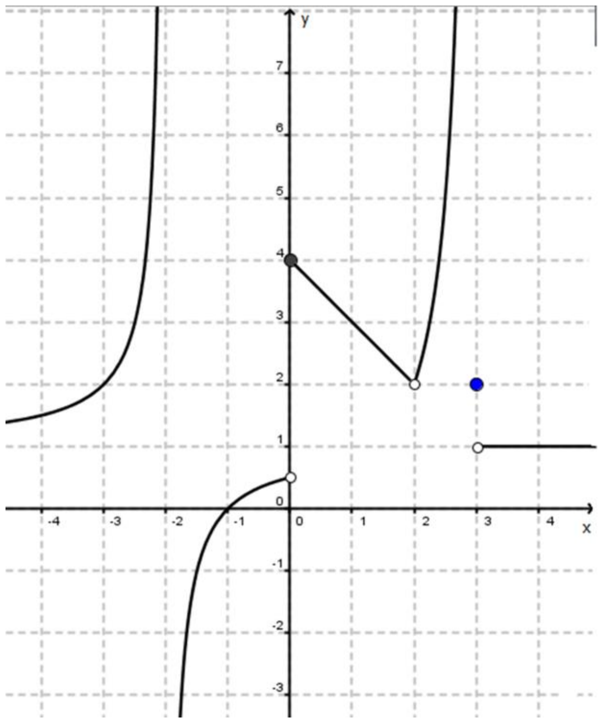
En los ejercicios 13 y 14 utiliza la gráfica de la función para determinar si existe el valor de la cantidad dada.
De ser así complétala, sino, explica por qué.



13) $f(1) =$ $\quad f(4) =$

$\lim_{x \to 1} f(x) =$ $\quad \lim_{x \to 4} f(x) =$

14)



$f(-2) =$ $\quad f(0) =$ $\quad f(2) =$

$\lim_{x \to -2} f(x) =$ $\quad \lim_{x \to 0} f(x) =$ $\quad \lim_{x \to 2} f(x) =$

$f(3) =$ $\quad \lim_{x \to 3} f(x) =$

15) Sea $f: R \to R \,/\, f(x) = x + 2$:

a) Bosquejar f
b) Bosquejar $g: R \to R \,/\, g(x) = |x+2|$
c) Bosquejar $h: R \to R \,/\, h(x) = -f(x)$

16) Sea $f: R \to R \,/\, f(x) = x^2 - 4$:

a) Bosquejar f
b) Bosquejar $g: R \to R \,/\, g(x) = |f(x)|$

Calcular los siguientes límites:

1) $\lim\limits_{x\to -4} 2x - x^2$ 2) $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}} (3-x)(x-2)$ 3) $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{-3x^2+6}{-x^2-2}$ 4) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x}{x+5}$

6) $\lim\limits_{x\to 3^-} \frac{x^2}{9-x^2}$ 7) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^4-4x+3}{x^3-3x-2}$ 8) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{-2x^4+2}{x^3-1}$ 9) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{-2x}{x^2-2}$

10) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{2x-x^4}{x^3-3x-2}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{xe^x+x-4}{x^2-x}$ 12) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ 13) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{8x^3+3x^2}{3x^4+3x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3(2x-x^2)}{x-2}$ 16) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{3x+2}{x^2+1}$ 17) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^4-4x+3}{x^3-3x-2}$ 18) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^3+2x-2}{3-x^2}$

19) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2+2x+1}{x+1}$ 20) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{3x+2}{x^2+1}$ 21) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ 22) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{2x-x^4}{x^3-3x-2}$

Ejercicios resueltos

2) $\lim_{x \to \frac{2}{3}} (3-x)(x-2) = \lim_{x \to \frac{2}{3}} \left(3-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}-2\right) = \frac{28}{9}$

3) $\lim_{x \to 2^-} \frac{-3x^2+6}{-x^2-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{-3(2)^2+6}{-2^2-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{-12+6}{-6} = \frac{-6}{-6} = 1$

4) $\lim_{x \to 0^-} \frac{x}{x+5} = \lim_{x \to 0^-} \frac{x}{x+5} = \lim_{x \to 0^-} \frac{0}{0+5} = 0$

5)) $\lim_{x \to -5^-} 3 + \frac{2}{x+3} = \lim_{x \to -5^-} 3 + \frac{2}{5+3} = \lim_{x \to -5^-} \left(3+\frac{2}{8}\right) = \frac{13}{8}$

6)) $\lim_{x \to 3^-} \frac{x^2}{9-x^2} = \lim_{x \to 3^-} \frac{3^2}{9-x^2} = +\infty$ signo $9-x$ $- -\ \underset{-3}{0}\ + +\ \underset{3}{0}\ - -$

$9\text{-}3^2 = 0^+$

1

EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

a) $\lim e^{x^2-1}$, $x \to -2$; $x \to 1$

b) $\lim e^{x^3-5}$, $x \to +\infty$; $x \to -\infty$

c) $\lim_{x \to 3} e^{\frac{1}{-x+3}}$

d) $\lim_{x \to \pm\infty} e^{\frac{8x-6}{x^2}}$

e) $\lim_{x \to -6} e^{\frac{x}{(x+6)^2}}$

f) $\lim L|3x-5|$, $x \to -3$; $x \to 2$

g) $\lim L\left|\frac{x+1}{x-3}\right|$, $x \to 3$; $x \to -1$; $x \to \pm\infty$

h) $\lim L\left|\frac{-2x+7}{x+4}\right|$
$x\to 1$
$x\to\pm\infty$
$x\to\frac{7}{2}$
$x\to -4$

i) $\lim L\left(\frac{3x-15}{x+2}\right)$
$x\to 5$
$x\to -2$
$x\to 1$
$x\to\pm\infty$

2

ÓRDENES

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4x^3-7x^2}{e^x-5}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-5\sqrt{x}}{7-Lx}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{Lx-L^3x}{x^2-5x+9}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x-e^{2x}}{L^4x-6}$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} Lx-\sqrt{x}$

f) $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\x\to-\infty}} \sqrt{x^2}+L|x|-e^x$

LÍMITES TIPO

3

a) $\lim\limits_{x\to-2} \frac{e^{3x+6}-1}{x+2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{L(5x+1)}{(1+2x)^4-1}$

c) $\lim\limits_{x\to-1} \frac{1-e^{x+1}}{3L(x+2)}$

d) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt[5]{9x-17}-1}{L(3x-5)}$

e) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} (x+2)e^{\frac{1}{x}}-x$

f) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} (x-5)e^{\frac{1}{x-2}}-x$

Ejercicios complementarios de continuidad

Halla el valor de k para que sean continuas las funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si\ x\le 0 \\ x+1 & si\ 0<x<2 \\ k & si\ x\ge 2 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 3+x & si\ x\le -2 \\ -x-1 & si\ -2<x<1 \\ kx+2 & si\ x\ge 1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & si\ x\ne 1 \\ k & si\ x=1 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & si\ x\ne 2 \\ k & si\ x=2 \end{cases}$

Sol: a) k=3; b) k=-4; c) k=3; d) k=1/4

Límites y gráficos de funciones

1) Calcula los siguientes límites laterales:

$$i)\lim_{x\to 5^{\pm}}\left(\frac{2x}{x-5}\right),\quad ii)\lim_{x\to -2^{\pm}}\left(\frac{4}{4-2x}\right)\quad iii)\lim_{x\to -4^{\pm}}\left(\frac{x^2-16}{(x+4)^2}\right),\quad iv)\lim_{x\to -1^{\pm}}\left(\frac{3x+2}{(5x+5)^3}\right),\quad v)\lim_{x\to -1^{\pm}}\left(\frac{2-x}{(5x+5)^4}\right),\quad vi)\lim_{x\to 0^{\pm}}\left(\frac{|x|}{2x+x^3}\right)$$

2) De las siguientes funciones determina: Dominio, raíces, signo, ordenada, límites en los puntos de no existencia y límites para $\pm\infty$ (asíntotas). Representa gráficamente cada una de ellas, a partir del gráfico indica crecimiento y extremos. Clasifica la función.

$$i)\ f(x)=\frac{6x-12}{2x+6};\ ii)\ h(x)=\frac{6-2x}{-x+1};\ iii)\ k(x)=\frac{2x+4}{x^2-9};\ iv)\ l(x)=\frac{-6x+18}{4x^2-4};\ v)\ m(x)=\frac{2x^2+10}{x^2+2};$$

$$vi)\ n(x)=\frac{x^2-x-6}{(x+1)(x-5)};\ vii)\ p(x)=\frac{5x-15}{-2x^2+10x};\ viii)\ q(x)=\frac{3x^2-15x+12}{(3x-3)(x+6)}$$

3) Grafica una función que cumpla lo que se indica en cada caso:

$a)\ D_p=R;\ raíces: -1\ y\ -4;\ \lim_{x\to\pm\infty} p(x)=+\infty;\ DA//Ox\ si\ x\to+\infty,\ DA//Oy\ si\ x\to-\infty$

$b)\ D_q=R;\ raíces: -1\ y\ 2;\ DA//Ox\ si\ x\to+\infty,\ y=-2x-4\ es\ asíntota\ si\ x\to-\infty$

$c)\ D_r=R-\{-4\};\ raíces: 4\ y\ -6;\ DA//Ox\ si\ x\to-\infty,\ y=-3x+9\ es\ asíntota\ si\ x\to+\infty$

$d)\ D_f=R-\{0\};\ raíces: -2\ y\ 2;\ \lim_{x\to 0^{\pm}} f(x)=\mp\infty;\ y=x-1\ es\ asíntota\ cuando\ x\to\pm\infty$

$e)\ D_g=R;\ g(3)=0;\ g(0)=-5,\ \lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty} g(x)=0^-$

$f)\ D_h=R-\{5\};\ h(2)=0;\ h(0)=-5,\ \lim_{x\to+\infty} h(x)=4;\ \lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{x}=0;\ \lim_{x\to 5^{\pm}} h(x)=\pm\infty$

Continuidad

1. Comprueba si son continuas las siguientes funciones

a. $f(x)\begin{cases} x^2-1 & si\ x<1 \\ -2x+2 & si\ x\geq 1 \end{cases}$

b. $f(x)\begin{cases} x^2 & si\ x\leq -2 \\ 2x+1 & si\ x>-2 \end{cases}$

c. $f(x)\begin{cases} x^2 & si\ x<0 \\ 1 & si\ x=0 \\ 3x & si\ x>0 \end{cases}$

d. $f(x)\begin{cases} x+1 & si\ x<-3 \\ -2 & si\ x=-3 \\ x^2-11 & si\ x>-3 \end{cases}$

e. $f(x)\begin{cases} 2x^2+1 & si\ x\leq 1 \\ 2x+1 & si\ x>1 \end{cases}$

f. $f(x)\begin{cases} 3 & si\ x\leq 0 \\ x+2 & si\ x>0 \end{cases}$

g. $f(x)\begin{cases} x^2-1 & si\ x<0 \\ 3x-1 & si\ 0\leq x\leq 2 \\ 2x & si\ x>2 \end{cases}$

h. $f(x)\begin{cases} -2x & si\ x\leq -1 \\ x^2+1 & si\ -1<x\leq 1 \\ x+1 & si\ x>1 \end{cases}$

i. $f(x)\begin{cases} \dfrac{x+1}{x} & si\ x<1 \\ 2x & si\ x\geq 1 \end{cases}$

j. $f(x)\begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & si\ x\leq 0 \\ 3x & si\ x>0 \end{cases}$

Solución: a), d), e), h), j) son continuas y b), c), f), g), i) no son continuas

2. Halla los valores de k para que las siguientes funciones sean continuas:

a. $f(x)\begin{cases} kx+1 & si\ x\leq 1 \\ 2x & si\ x>1 \end{cases}$

Soluc.: k = 1

b. $f(x)\begin{cases} kx^2+k & si\ x<0 \\ 2x+3 & si\ x\geq 0 \end{cases}$

Soluc.: k = 3

c. $f(x)\begin{cases} 2k+1 & si\ x\leq -2 \\ 3x & si\ x>-2 \end{cases}$

Soluc.: k = -7/2

d. $f(x)\begin{cases} x^2+2x & si\ x<1 \\ (k+1)x & si\ x\geq 1 \end{cases}$

Soluc.: k = 2

4. Estudia el tipo de discontinuidad que encontramos en cada una de estas funciones

a. $f(x)\begin{cases} x-1 & si\ \ x \le 0 \\ x+1 & si\ \ x > 0 \end{cases}$

Soluc.: Disc. esencial de 1ª especie o salto finito en x = 0

b. $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

Soluc.: Disc. evitable en x = 0

c. $f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{x} & si\ \ x \le 0 \\ 1 & si\ \ x > 0 \end{cases}$

Soluc.: Disc. esencial de 2ª especie en x = 0

d. $f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{x} & si\ \ x < 1 \\ \sqrt{x+1} & si\ \ x \ge 1 \end{cases}$

Soluc.: Disc. de 2ª especie en x = 0 y de 1ª especie o salto finito en x = 1

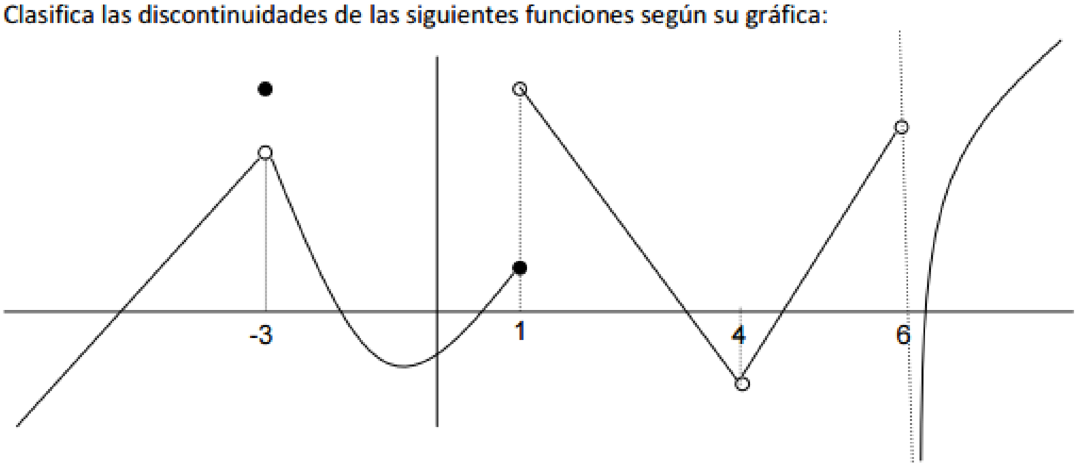
e. $f(x)\begin{cases} 3x+1 & si\ \ x < 0 \\ 2 & si\ \ x = 0 \\ x+1 & si\ \ x > 0 \end{cases}$

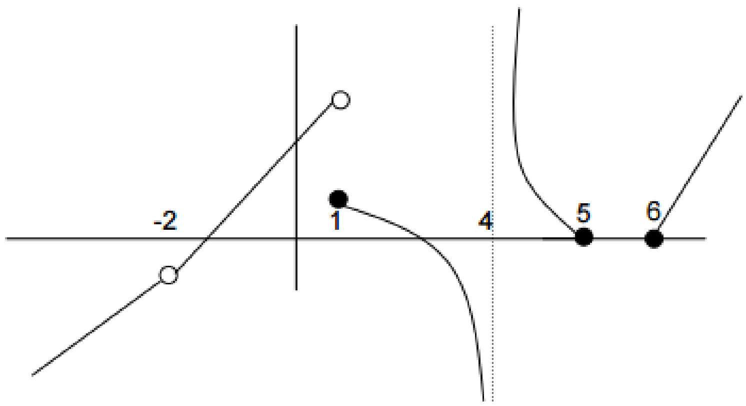
Soluc.: Disc. evitable en x = 0

f. $f(x)\begin{cases} 2 & si\ \ x < 1 \\ \dfrac{x}{x-1} & si\ \ x \ge 1 \end{cases}$

Soluc.: Disc. esencial de 2ª especie en x = 1

5. Clasifica las discontinuidades de las siguientes funciones según su gráfica:





1. Comprueba si son continuas las siguientes funciones

a. $f(x)\begin{cases} e^{x^2}+2 & si\ x\le 0 \\ x^2-x+3 & si\ x>0 \end{cases}$

b. $f(x)\begin{cases} x^2-1 & si\ x\le -2 \\ 3 & si\ -2<x\le 2 \\ 2x^2-x+1 & si\ x>2 \end{cases}$

c. $f(x)\begin{cases} x^2-1 & si\ x\le -2 \\ 2x^2-3 & si\ x>-2 \end{cases}$

d. $f(x)\begin{cases} 2x^2-1 & si\ x\le -1 \\ -3x-2 & si\ -1<x\le 2 \\ -2x^2 & si\ x>2 \end{cases}$

e. $f(x)\begin{cases} 3x+8 & si\ x<-2 \\ 2 & si\ x=-2 \\ x^2-2 & si\ x>-2 \end{cases}$

f. $f(x)\begin{cases} \dfrac{x^2+2}{x} & si\ x<-1 \\ 3x^2+2 & si\ x=-1 \\ 2x-1 & si\ x>-1 \end{cases}$

g. $f(x)\begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & si\ x\le 2 \\ 3x-3 & si\ x>2 \end{cases}$

h. $f(x)\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x} & si\ x<-1 \\ 2x^2+x-1 & si\ x\ge -1 \end{cases}$

i. $f(x)\begin{cases} 3x^3-2 & si\ x\le -1 \\ x^2+4x-2 & si\ x>-1 \end{cases}$

j. $f(x)\begin{cases} x-3 & si\ x\le 3 \\ 0 & si\ x>3 \end{cases}$

Solución: a), d), e), h), i), j) son continuas y b), c), f), g), no son continuas

2. Halla los valores de k para que las siguientes funciones sean continuas:

a. $f(x)\begin{cases} e^x+k & si\ x\ge 0 \\ 2x^2-5x-4 & si\ x>0 \end{cases}$

Soluc.: k = -5

b. $f(x)\begin{cases} x^2+3mx & si\ x\le 1 \\ 4x+m & si\ x>1 \end{cases}$

Soluc.: m = 3/2

3. Halla los valores de a y b para que las siguientes funciones sean continuas:

a. $f(x)\begin{cases} 2ax-1 & si\ x\le -1 \\ x^2+1 & si\ -1<x<1 \\ bx+2 & si\ x\ge 1 \end{cases}$

Soluc.: a = -3/2 y b = 0

b. $f(x)\begin{cases} x^2+2ax & si\ x<1 \\ bx & si\ 1\le x\le 3 \\ ax^2 & si\ x>3 \end{cases}$

Soluc.: a = 1 y b = 3

Ejercicios Derivada de una función 6° Medicina 2016 Liceo n°10 **Prof. E. Freire**

http://www.vitutor.com/fun/4/e_e.html

Calcula, mediante la definición de derivada en un punto, el valor de la derivada de las funciones en los valores de "x" que se indican:

1. $f(x) = 3x^2$ en x = 2.
2. $f(x) = x^2 + 4x - 5$ en x = 1.
3. $f(x) = x^2 - x + 1$ en x = −1, x = 0 y x = 1.
4. $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$ en x = -5.
5. $f(x) = x^3 + 2x - 5$ en x = 1.
6. $f(x) = \frac{1}{x}$ en x = 2.
7. $f(x) = \sqrt{x}$ en x = 3.
8. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ en x = 2.

En cada uno de los ejercicios anteriores averigua la ecuación de la tangente en (a, f(a)) siendo "a" el valor asignado a "x"

Material extraído de http://www.vitutor.com/fun/4/b_1.html

Se sugiere verificar los resultados obtenidos utilizando el programa geogebra, vista CAS y vista gráfica

Derivada de una constante

$$f(x) = k \qquad f'(x) = 0$$

Derivada de x

$f(x)=x$ $f'(x)=1$

Derivada de la función lineal

$f(x)=ax+b$ $f'(x)=a$

Derivada de una potencia

$f(x)=u^k$ $f'(x)=k\cdot u^{k-1}\cdot u'$

Derivada de una raíz cuadrada

$f(x)=\sqrt{u}$ $f'(x)=\dfrac{u'}{2\cdot\sqrt{u}}$

Derivada de una raíz

$f(x)=\sqrt[k]{u}$ $f'(x)=\dfrac{u'}{k\cdot\sqrt[k]{u^{k-1}}}$

Ejercicios

1 Calcula las derivadas de las funciones:

1 $f(x)=5$

2 $f(x)=-2x$

3 $f(x)=-2x+2$

4 $f(x)=-2x^2-5$

5 $f(x)=2x^4+x^3-x^2+4$

6 $f(x)=\dfrac{x^3+2}{3}$

7 $f(x)=\dfrac{1}{3x^2}$

8 $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

9 $f(x)=\left(5x^2-3\right)\cdot\left(x^2+x+4\right)$

2 Calcula mediante la fórmula de la derivada de una potencia:

1 $f(x)=\dfrac{5}{x^5}$

2 $f(x)=\dfrac{5}{x^5}+\dfrac{3}{x^2}$

3 $f(x)=\sqrt{x}$

4 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Soluciones en http://www.vitutor.com/fun/4/b_a.html

Derivada de una suma

$f(x)=u\pm v$ $\qquad f'(x)=u'\pm v'$

Derivada de una constante por una función

$f(x)=k\cdot u$ $\qquad f'(x)=k\cdot u'$

Derivada de un producto

$f(x)=u\cdot v$ $\qquad f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$

Derivada de una constante partida por una función

$f(x)=\dfrac{k}{v}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{-k\cdot v'}{v^2}$

Derivada de un cociente

$f(x) = \frac{u}{v}$ $f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Ejercicios complementarios, en cada caso averigua la función derivada

1. $F(x) = 5\,(3x-4)$
2. $F(x) = (x-2)(3x-5)$
3. $F(x) = (4x^2-3x)(x+7)$
4. $F(x) = (5x-4).\ x^2$
5. $F(x) = e^{x+2}$
6. $F(x) = e^{3x-5}$
7. $F(x) = e^{x.x}$
8. $F(x) = (x-1).\ e^{x}$
9. $F(x) = (x+4).\ e^{(4x-1)}$
10. $F(x) = (x^2-1).\ e^{x}$
11. $F(x) = (2x-5)\ e^{(1/x)}$
12. $F(x) = \frac{2x+3}{x-5}$
13. $F(x) = \frac{3x-5}{x^2}$
14. $F(x) = \frac{x^2}{2x-4}$
15. $F(x) = \frac{x^{2-1}}{3x-4}$
16. $F(x) = \frac{x^2-3x}{x+1}$
17. $F(x) = \frac{3x^2-4x}{x+5}$
18. $F(x) = L\,(2x-5)$
19. $F(x) = L\,(x^2-3x)$
20. $F(x) = L\,|5x^2 - 3x + 4|$
21. $F(x) = L\,|x^2 - 2x + 4|$

$F(x) = L\left|\frac{3x+4}{x}\right|$

1 Calcular los puntos en que la tangente a la curva $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ es paralela al eje OX.

2 Se ha trazado una recta tangente a la curva $y = x^3$, cuya pendiente es 3 y pasa por el punto (0,−2). Hallar el punto de tangencia.

3 Buscar los puntos de la curva $f(x) = x^4 + 7x^3 + 13x^2 + x + 1$, para los cuales la tangente forma un ángulo de 45º con OX.

Averigua en cada uno de los casos las abscisas de los posibles máximos y mínimos, estudia el crecimiento de cada una de las funciones

1 $f(x) = 3x^2$

2 $f(x) = x^2 + 4x - 5$

3 $f(x) = x^2 - x + 1$

4 $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$

5 $f(x) = x^3 + 2x - 5$

6 $f(x) = \frac{1}{x}$

7 $f(x) = \sqrt{x}$

8 $f(x) = \frac{x}{x-1}$

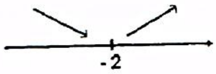
Ejercicio 8:

En cada caso, a) dibujar una representación gráfica de f coherente con los datos analíticos dados

b) determinar el recorrido de f

(1) • $D(f) = \Re$ • $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

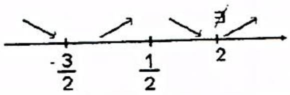
• $f(2) = 2$ • $f(-2) = -1$ • $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ • $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ • crecimiento de f



(2) • $D(f) = \Re - \{2\}$ • $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ • $f(0) = 0$

• $\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$ • crecimiento de f • $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

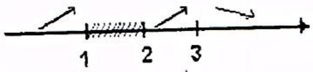
• $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ • $f\left(\frac{-3}{2}\right) = -2$



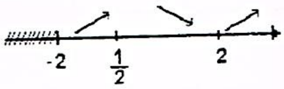
(3) • $D(f) = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$ • $f(0) = -\frac{1}{2}$

• $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ • $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$ • $f(2) = 0$

• $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ • crecimiento de f • $f(3) = \frac{1}{2}$



(4) • $D(f) = (-2, +\infty)$ • crecimiento de f



• $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$ • $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1.2$

• $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ • $f(0) = f(1) = f(3) = 1$ • $f(-1) = 0$ • $f(2) = 0$

(5) • $D(f) = \Re - \{1, -1\}$ • $\lim_{x\to-1^-} f(x) = 1$ • $f(0) = 1$

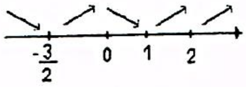
• $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ • $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ • crecimiento de f

• $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$ • $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

(6) • $D(f) = \Re - \{2\}$ • $f\left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ • $f(-2) = 0$

• $\lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$ • $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ • $f(1) = 3$ • $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

• $\lim_{x\to 2^-} f(x) = +\infty$ • $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ • crecimiento de f



• $f(0) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$ • $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

Estudio analítico y gráfico de las siguientes funciones

En cada una de las siguientes funciones ud. deberá plantear:

- Dominio, ordenada en el origen (si corresponde)
- Signo, si es inmediato
- Límites laterales en valores de "x" que no pertenezcan al dominio de la función, ecuación de las asíntotas verticales.
- Límites en el infinito
- Derivada primera y crecimiento de la función
- Máximos y mínimos

1. F(x)= $-x^3+4x^2-3x$
2. F(x)= x^3-4x^2-x+4
3. F(x)=$\frac{x^2-2x}{x-1}$
4. F(x)=$\frac{x^2-1}{x^2+1}$
5. F(x)=$\frac{x^2}{(x-1)^2}$
6. F(x)= e^{x^2-3x}
7. F(x)= $L\left|x^2+2\right|+x-1$
8. F(x)= $L|x+2|+3x-1$
9. F(x)= $(x-3)e^x$
10. F(x)= $(x^2-3x)\,e^{\frac{1}{x}}$
11. F(x)= $e^{\frac{1}{x}}$
12. F(x)=$\frac{x^2-2x}{x-1}$
13. F(x)=$\frac{-x^2}{x^2-4}$
14. F(x)= $L\,|x+1|-3x$