PRIMERAS NOCIONES

Conceptos primitivos: Conjunto y elemento de un conjunto.

Formas de determinar un conjunto:

1) Decimos que un conjunto está determinado por **extensión** cuando se nombra cada uno de sus elementos.
2) Decimos que un conjunto está determinado por **comprensión** cuando se dan propiedades que caracterizan a los elementos del conjunto y sólo a ellos.

Ejemplos:

Sea $A = \{0, 2, 4, 6\}$, este conjunto está determinado por extensión, para determinarlo por comprensión podemos escribir: $A = \{x \in N \ / \ x = \dot{2},\ x \leq 6\}$.

De la misma forma, si consideramos $B = \{x \in N \ / \ 2x < 9\}$ podemos escribirlo por extensión: $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Ejercicio 1

Analiza si los siguientes conjuntos están bien determinados y en ese caso indica si están determinados por extensión o por comprensión:

$A = \{a \in N \ / \ 5 \leq a \leq 8\}$	$B = \{15, \sqrt{3}, a, b\}$	$C = \{c \in N \ / \ c = \dot{2}\}$
$D = \{d \in \mathbb{R} \ / \ 2 < d < 3\}$	$E = \{e \ / \ 1 < e < 3\}$	$F = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$
$G = \{f \in Z \ / \ -1 \leq f < 4\}$	$H = \{h \in N \ / \ 2 < h < 4\}$	$I = \{i \in N \ / \ 2 < i < 3\}$
$J = \{j \in N \ / \ 3 \leq j \leq 8\}$	$K = \{k \in N \ / \ 5 \leq k \leq 11\}$	

Igualdad de conjuntos

Decimos que dos conjuntos son iguales cuando tienen los mismos elementos.

- Simbólicamente: $A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$.

Conjunto vacío

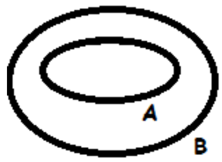
Al conjunto al cual no pertenece ningún elemento le decimos conjunto vacío.

- Simbólicamente: $\phi = \{x \in E / \ x \notin E\}$

Inclusión de conjuntos

Dados dos conjuntos A y B, decimos que A está incluido en B sí y sólo sí, todos los elementos de A pertenecen a B.

- Simbólicamente: $A \subset B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$.
- Si $A \subset B$ entonces A es un subconjunto de B.
- En un diagrama esto se puede representar:



CONJUNTOS NUMÉRICOS (Lee el material colgado en aulas virtuales).

Ejercicio 2

Sea A = $\{-5;\ -\frac{1}{3};\ 0;\ \sqrt{2};\ 7;\ \frac{2}{5};\ 1-\sqrt{3};\ 1{,}41;\ -0{,}33;\ \sqrt{9};\ 2;\ -\frac{8}{2}\}$, determina por extensión los conjuntos:

$B = \{x \in A \ / \ x \notin Z\}$ $\quad$ $C = \{x \in A \ / \ x \notin Q\}$

$D \ / \ D \subset A$ y $D \subset N$ $\quad$ $E = \{x \in A \ / \ x^2 = 2\}$

Ejercicio 3

Indica el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

a) Todo número entero es racional.
b) Todo número irracional es real.
c) Algunos números enteros son naturales.
d) Entre dos números enteros hay siempre otro número entero.
e) Entre dos números racionales hay siempre infinitos números racionales.

Ejercicio 4

a) Encuentra si es posible:
- Un número racional no entero.
- Un número entero no racional.
- Un número real no entero cuyo cuadrado sea un número natural.
- Un número real cuyo cuadrado sea –1.
- Un número real comprendido entre 2,14 y 2,15.
- Un número racional comprendido entre $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$.

b) En los casos en que sea posible, escribe un número x que cumpla las siguientes condiciones:
- $x \in N \ / \ x \in (-2, 1)$
- $x \in Z \ / \ x \in (-4{,}5; -4)$
- $x \in Q \ / \ x \in (0{,}33; \frac{1}{3})$
- $x \in Q \ / \ x \in (3{,}14; \pi)$

$$\boxed{\begin{array}{l} [a, b] = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \le x \le b\} \\ (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x < b\} \end{array}}$$

Ejercicio 5

Si $n \in N$, determina, en caso que existan, para qué valores de n estos números pertenecen a Z:

a) $\frac{n}{2}$ $\quad$ b) $\frac{3}{n}$ $\quad$ c) $n - 5$ $\quad$ d) $n + ½$

Ejercicio 6

Sea $A = \{\sqrt{2},\ -\sqrt{3},\ 0,\ \sqrt{5}\}$ y $B = \{-1,\ \sqrt{8},\ \sqrt{12}\}$

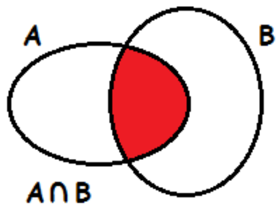
a) Sea $C = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x = a \cdot b,\ a \in A,\ b \in B\}$. Determínalo por extensión. Identifica a qué conjunto numérico pertenece cada elemento de C.
b) ¿Es posible afirmar que el producto de dos irracionales es un número irracional? Justifica.
c) ¿Es posible afirmar que el producto de dos irracionales es un número racional? Justifica.
d) ¿Es posible afirmar que el producto de dos racionales es un número racional?

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Intersección de conjuntos

Dados dos conjuntos A y B, llamamos A intersección B al conjunto de todos los elementos que pertenecen a A y también pertenecen a B.

- Simbólicamente: $A \cap B = \{x \,/\, x \in A \text{ y } x \in B\}$
- En un diagrama esto se puede representar:



Ejercicio 7

Dados $A = \{x \in Z \,/\, -1 \leq x < 4\}$ y $B = \{x \in Z \,/\, 0 \leq x < 5\}$, determina $A \cap B$ por extensión.

Ejercicio 8

Sean: $A = [-1, 4]$ y $B = (2, 7)$, halla $A \cap B$.

Ejercicio 9

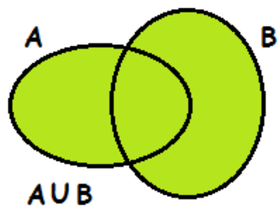
Sean $A = [\sqrt{3}, 4)$ y $B = (1{,}8; 6]$.

a) Determina como intervalo $A \cap B$.
b) Determina por extensión $A \cap \mathbf{Z}$.
c) Escribe 3 elementos de $B \cap \mathbf{I}$ y 3 elementos de $(A \cap B) \cap \mathbf{Q}$.

Unión de conjuntos

Dados dos conjuntos A y B, llamamos A unión B al conjunto de todos los elementos que pertenecen a A y/o pertenecen a B.

- Simbólicamente: $A \cup B = \{x \,/\, x \in A \text{ y/o } x \in B\}$
- En un diagrama esto se puede representar:



Ejercicio 10

Dados $A = [-\frac{3}{2}, 6]$ y $B = (-1, 4)$, determina $A \cup B$.

Ejercicio 11

Halla: $\mathbf{N} \cap \mathbf{Z}$, $\mathbf{N} \cup \mathbf{Z}$, $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q}$, $\mathbf{Z} \cup \mathbf{Q}$, $\mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$, $\mathbf{Q} \cap \mathbf{I}$.

Ejercicio 12

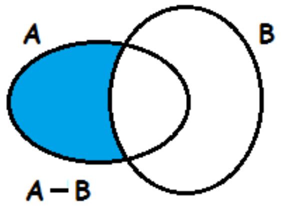
Sean $A = \left\{1; \frac{1}{2}; -\sqrt{2}; 2\sqrt{5}; (1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}); -\frac{4}{5}; -\frac{8}{2}\right\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -½\}$.

Halla: $A \cap B$, $A \cap Q$, $(A \cup B) \cap Z$, $(B \cap Z) \cup N$.

Diferencia de conjuntos

Dados los conjuntos A y B, llamaremos "diferencia de A y B" o "complemento relativo de B respecto a A", al conjunto de todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

- Simbólicamente: $A - B = \{x \,/\, x \in A \text{ y } x \notin B\}$
- Por lo que: $x \in (A - B) \Leftrightarrow x \in A \text{ y } x \notin B$
- En un diagrama esto se puede representar:



Ejercicio 13

Dados $A = \{x \in N \,/\, x < 23 \wedge x = \dot{5}\}$ y $B = \{1, 5, 9\}$, determina por extensión $A - B$ y $B - A$.

Ejercicio 14

Sean $A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -2 \leq x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -4 < x \leq 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 \leq x \leq 4\}$ determina por comprensión los conjuntos: $A \cup B$; $B \cap C$; $A - (B \cup C)$; $(A - C) \cap B$.

Ejercicio 15

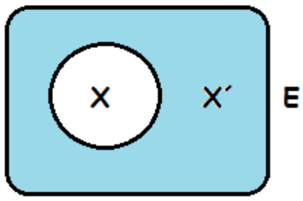
Sea $A = [-2, 5)$. Halla tres elementos de:

a) $A - N$
b) $Q - A$
c) $(Z - A) - N$

Complemento de un conjunto

Si se considera un conjunto referencial E, y trabajamos solamente con subconjuntos de E, llamamos "complemento de X" al conjunto: E - X.

- Simbólicamente: $X' = E - X = \{x \,/\, x \in E \text{ y } x \notin X\} = \{x \,/\, x \notin X\}$
- En un diagrama esto se puede representar:



Ejercicio 16

Determina los conjuntos A, B y E (conjunto de referencia) que cumplan simultáneamente: $A \subset B$; $B - A = \{x \in \mathbf{N} \,/\, x < 4\}$; $A' = \{0, 1, 2, 3, 8, 9\}$; $A \cap B = \{x \in N \,/\, 4 \leq x < 8\}$.

Ejercicio 17

Determina por extensión los conjuntos A y B sabiendo que:

$A - B = \{-2, -3\}$, $A \cap B = \{-1, 0\}$ y $B - A = \{x \in \mathbf{N} \,/\, 4 < x \leq 9\}$

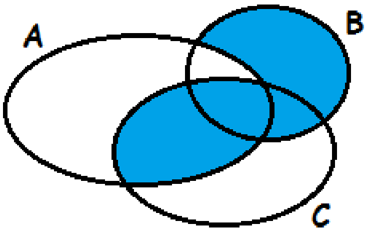
Ejercicio 18

Determina por extensión los conjuntos A y B si:

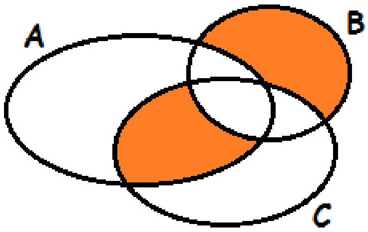
$A \cap B = \{x \in \mathbf{N} \,/\, 2 \leq x \leq 4\}$ $A \cup B = \{x \in \mathbf{N} \,/\, x < 7\}$ $B - A = \{5, 6\}$

Ejercicio 19

Expresa los conjuntos representados por la región pintada mediante los símbolos: A, B, C, ∪, ∩, y – :



a)



b)