LOGARITMO Y FUNCIÓN LOGARÍMICA

Definición 1: LOGARITMO.

Dados $a > 0$, $b > 0$, $b \neq 1$: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$.

Observaciones:
- a es el logaritmando.
- b es la base del logaritmo.
- c es el LOGARITMO.

Ejercicio 1

Calcula aplicando la definición:

a) $\log_2 8 =$
b) $\log_4 4 =$
c) $\log_{81} 1 =$
d) $\log_7 343 =$
e) $\log_{1/9} 9 =$
f) $\log_3 (1/27) =$

Propiedad: CAMBIO DE BASE

Si los números reales a, b y c cumplen las condiciones de existencia de los logaritmos, se cumple que: $\log_b a = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$

Observación:
Esto es muy útil ya que te permite usar la calculadora para calcular logaritmos de cualquier base.

Ejercicio 2

Calcula los logaritmos del ejercicio 1 con tu calculadora, verificando los resultados que obtuviste.

Ejercicio 3

Calcula los siguientes logaritmos usando tu calculadora, aproxima los resultados con 2 cifras decimales:

a) $\log 16 =$
b) $\log_4 12 =$
c) $\log_5 3 =$

Ejercicio 4

Con el auxilio de tu calculadora, resuelve las siguientes ecuaciones (aproxima con dos cifras decimales):

a) $5^x = 2$
b) $2^{3x-1} = 3$
c) $6^{x+3} = -1$
d) $7^{2x} = 0$
e) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+2} = 5$
f) $2^{x^2} = \dfrac{1}{3}$
g) $2^{x^2} = 3$

Ejercicio 5

¿Para qué valores de x existen los siguientes logaritmos?

a) $\log_{12} (3x - 2)$
b) $\log (5x^2 - x)$
c) $\log_3 \dfrac{1-2x}{3x+5}$
d) $\log \dfrac{-x-4}{x}$
e) $\log_6 (x^3 - x^2 - 9x + 9)$

Ejercicio 6

Resuelve:

a) $\log_7 (6x + 1) = 0$

b) $\log_{17} (x^2 - 3x - 9) = 0$

c) $\log_8 (x^2 - 12x) = 2$

d) $\log_4 (x - 1) = 1/2$

e) $\log_3 \frac{8x+1}{x} = 1$

f) $\log_7 \frac{x^2 - 3x}{2x - 4} = 0$

g) $\log \frac{x(3x-1)}{27 - x} = 0$

h) $\log_6 (x^3 - 13x^2 + 48x) = 2$

i) $\log_{4/5} (x^2 - 2x) = -1$

Definición 2: FUNCIÓN LOGARÍTMICA.

Dado $b > 0$, $b \neq 1$, llamamos FUNCIÓN LOGARÍTIMICA a toda función f de dominio R^+ tal que: $f(x) = \log_b x$.

Observación:

$\log_b m = \log_b p \Leftrightarrow m = p$

Ejercicio 7

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_2 (x^2 + 4) = \log_2 (5x)$

b) $\log_5 (3x - 6) = \log_5 (9x)$

c) $\log_{1/2} (x^2 - 4x) = \log_{1/2} (3 - 2x)$

OTRAS PROPIEDADES (en condiciones de existencia):

1. $\log_b a^c = c \cdot \log_b a$
2. $\log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)$
3. $\log_b a - \log_b c = \log_b (a/c)$

Ejercicio 8

Escribe los siguientes logaritmos como un solo logaritmo:

a) $\log_5 13 + \log_5 6 - \log_5 3$ b) $\log 14 + 3 \cdot \log 4$ c) $3 \cdot \log_{11} 20 - 3 \cdot \log_{11} 5$

Ejercicio 9

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_2 x + \log_2 (3x + 5) = 1$

b) $\log_5 (x + 2) + \log_5 (2x - 1) = 2$

c) $\log_3 (8x + 1) - \log_3 x = 1$

d) $\log_7 (x^2 - 3x) - \log_7 (2x - 4) = 0$

e) $\log_4 (x^2 + 3) - \log_4 (x + 3) = 1/2$

f) $\log_4 (x + 5) + \log_4 (x + 4) = -\log_{1/4} 2$

g) $\log_5 (3x + 7) - 2 \cdot \log_5 (x + 1) = 0$

h) $2 \cdot \log_2 x - \log_2 (3x - 4) = 1$

i) $2 \cdot \log x - \log (10x) = -1$

Ejercicio 10 Crecimiento infantil

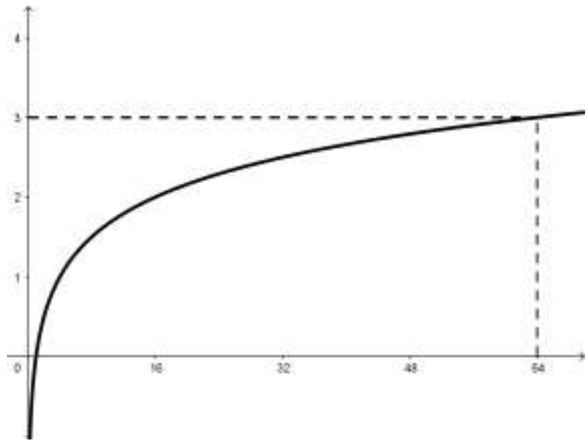
El modelo Count es una fórmula que sirve para pronosticar la estatura de los niños. Si h es la estatura (en cm) y t es la edad (en años), entonces:

$$h(t) = 70{,}228 + 5{,}104t + 9{,}222\log_3 t \text{ si } 0{,}25 \leq t \leq 6.$$

Pronostica la estatura de un niño normal de 2 años de edad.

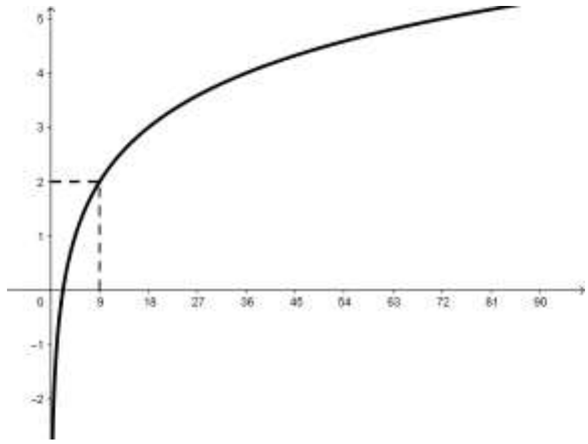
Ejercicio 11

Sea la función logarítmica f: $f(x) = \log_a x$ cuyo gráfico se presenta a continuación. Halla su base.



Ejercicio 12

Sea la función logarítmica g: $g(x) = \log_2 (m^2x)$, cuyo gráfico se presenta a continuación. Halla “m”.



Ejercicio 13

El gráfico adjunto es el de la función logarítmica h: $h(x)= \log (ax)$. Halla el valor de a.