

# **PROGRAMA DE MATEMÁTICA – DIVERSIFICACIÓN CIENTÍFICA – SEGUNDO AÑO DE BA CHILLERATO REFORMULACIÓN 2006 – AJUSTE 2010**

## **INTRODUCCIÓN**

El programa se estructura en tres Bloques Temáticos: NÚMERO, ANÁLISIS MATEMÁTICO y GEOMETRÍA SINTÉTICA, que se desarrollarán teniendo en cuenta el número de clases sugeridas a cada Bloque, el que será ajustado por el docente de acuerdo con su plan del curso.

El Bloque Número, se refiere al estudio del conjunto de los Números Naturales. No es aconsejable desarrollar una teoría axiomática. El objetivo de este capítulo se deberá centrar en el conocimiento y el manejo de las propiedades de este conjunto que se utilizarán en los demás capítulos del curso, tratando de ordenar y sintetizar conocimientos previos que posee el estudiante.

Se jerarquizará la aplicación del método de inducción completa demostrando a lo largo del curso igualdades y desigualdades necesarias en el estudio de otros temas.

Luego de este capítulo inicial, se continuará con el tema de divisibilidad en los números naturales, que incluye el estudio de los números primos.

Es importante destacar que estos temas, cuyo estudio viene desde la antigüedad, encuentran hoy aplicaciones en la informática, disciplina de creciente importancia en la vida actual, como ser en la transmisión de datos y la encriptación de mensajes.

El Bloque de Análisis Matemático consiste en una introducción al Análisis Matemático y se compone de dos temas: sucesiones y sus límites y como aplicación el cálculo de áreas.

Se pretende así una aproximación a los métodos del análisis matemático, relevantes en la resolución de numerosos problemas de la ciencia y de la tecnología.

El Bloque Geometría Sintética comprende el tratamiento de Geometría sintética del plana y de Geometría sintética del espacio.

En la primera parte se espera un tratamiento lógico deductivo localizado, a partir de tomar como válido el teorema de Thales y los criterios de semejanza de triángulos, realizar varias aplicaciones, demostrando algunas propiedades. El centro de este núcleo debe ser la resolución de problemas.

En geometría del espacio se pretende formalizar las relaciones de paralelismo y perpendicularidad que ya han visto en ciclo básico y aplicarlas a resolución de problemas.

## **NÚMEROS (7 semanas)**

### **1.- El conjunto de los números naturales. (3 semanas)**

- OPERACIONES EN  $\mathbb{N}$ . DEFINICIONES Y PROPIEDADES
- DESIGUALDAD EN  $\mathbb{N}$ . DEFINICIONES Y PROPIEDADES
- SUBCONJUNTOS DE NÚMEROS NATURALES. COTAS, MÁXIMO Y MÍNIMO. PROPIEDADES. SUBCONJUNTOS DE  $\mathbb{N}$  ACOTADOS. CONSECUENCIAS IMPORTANTES DE LOS CONJUNTOS ACOTADOS.
- MÉTODO DE INDUCCIÓN COMPLETA. SÍMBOLO PARA UNA SUMATORIA.

Se hará una breve introducción al conjunto de los números naturales, las operaciones definidas en él, y de sus propiedades. Como aplicación del método de Inducción Completa se demostrarán las fórmulas correspondientes a la suma de los primeros  $n$  números naturales y a la suma de sus cuadrados y de sus cubos. Se demostrarán así mismo igualdades y desigualdades de uso posterior en el curso.

### **2.- Divisibilidad (4 semanas)**

- DIVISIÓN. DIVISORES Y MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO NATURAL
- MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS NÚMEROS NATURALES. ALGORITMO DE EUCLIDES
- MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS NÚMEROS NATURALES.
- NÚMEROS PRIMOS Y NÚMEROS COMPUESTOS. DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN PRODUCTO DE FACTORES PRIMOS.
- INFINITUD DE LOS NÚMEROS PRIMOS.

Se trabajará sobre la existencia y unicidad del cociente y el resto

Se justificará el algoritmo de Euclides.

Se demostrará que el producto de dos naturales es igual al producto de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.

Se demostrará que el conjunto de los números primos es infinito.

## ANÁLISIS MATEMÁTICO (7 semanas)

### 3.- Sucesiones numéricas (4 semanas)

- DEFINICIÓN. NOTACIÓN Y EJEMPLOS. SUCESIONES DEFINIDAS POR RECURRENCIA
- SUCESIONES MONÓTONAS Y SUCESIONES ACOTADAS
- LÍMITE DE UNA SUCESIÓN.
- SUMA DE TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA Y SU LÍMITE
- OPERACIONES CON LÍMITES. LÍMITE DEL COCIENTE DE POLINOMIOS CON VARIABLE NATURAL.
- EL NÚMERO e.

Se trabajará con sucesiones dadas por una fórmula y por fórmulas de recurrencia.

Se propondrán ejemplos de sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes.

Se hará una aproximación intuitiva al límite de sucesiones como por ejemplo para:  $1/n$ ,  $(n+1)/n$ , y otras.

Se determinará el límite de la suma de  $n$  términos de una progresión geométrica.

### 4.- Cálculo de áreas. (3 semanas)

- METODO DE EXHAUCIÓN PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS
- CÁLCULO DEL ÁREA BAJO LA PARÁBOLA DE ECUACIÓN  $y = ax^2$ , EN EL INTERVALO  $[0,1]$
- CÁLCULOS DEL ÁREA BAJO LA PARÁBOLA DE ECUACIÓN  $y = ax^2 + bx + c$  en un intervalo  $[0, k]$ .

Se presentará el método de Exhaustión y asumiendo conocida la longitud de la circunferencia, y la aproximación  $\text{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right) \approx \frac{\pi}{n}$  se podrá deducir el área del círculo.

Utilizando la fórmula de la suma de cuadrados, y aproximando por defecto mediante rectángulos se calculará el área bajo la parábola  $y = ax^2$  en el intervalo  $[0,1]$ .

## **GEOMETRÍA SINTÉTICA (10 semanas)**

### **5.- Geometría sintética en el plano. (6 semanas)**

- TEOREMA DE THALES
- HOMOTECIA. DEFINICIÓN Y PROPIEDADES. APLICACIÓN A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.
- SEMEJANZA. DEFINICIÓN. POLÍGONOS SEMEJANTES. DEFINICIÓN. ENUNCIADOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS.
- APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Se sugiere demostrar algunas propiedades de la homotecia y algunas aplicaciones como: teorema de las bisectrices en un triángulo, circunferencia de Apolonio.

No se considera oportuno tratar la semejanza como composición de una isometría y una homotecia, el énfasis debe estar dado en la resolución de problemas de demostración aplicando los criterios de semejanza de triángulos. Entre las aplicaciones podrían considerarse las propiedades de los triángulos rectángulos: teorema de la altura, del cateto y Pitágoras

### **6.- Geometría sintética en el espacio. (4 semanas)**

- RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO
- RELACIONES DE PARALELISMO, PERPENDICULARIDAD Y ORTOGONALIDAD
- SECCIONES PLANAS DE POLIEDROS.

Estudiar posiciones relativas de rectas y planos en el espacio.

Demostrar la condición necesaria y suficiente de paralelismo entre recta y plano.

Podría demostrarse el teorema: Si una recta  $r$  es paralela a un plano  $\alpha$ , todo plano que incluya a la recta  $r$  y sea secante con el plano, lo corta en una recta  $s$  paralela a  $r$ .

Definir planos secantes y planos paralelos. Demostrar los teoremas:

- Si por un punto exterior a un plano  $\alpha$  se trazan dos rectas paralelas a él, el plano que determinan es paralelo al  $\alpha$ .

- Si dos planos son paralelos, todo plano secante con ellos los corta según dos rectas paralelas.

Definir recta perpendicular a plano. Demostrar que si una recta  $r$  es perpendicular a dos rectas secantes de un plano  $\alpha$ , la recta  $r$  es perpendicular al plano  $\alpha$ .

Definir rectas ortogonales y demostrar que si la recta  $a$  es ortogonal a la recta  $b$ , entonces  $b$  es ortogonal a la recta  $a$ . Definir planos perpendiculares. Resolución de problemas.

Construir en perspectiva y en verdadera magnitud secciones planas de poliedros.

## **BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA PARA EL ALUMNO**

Mikrakys 5º Tomo I. Editorial Fin de Siglo

Matemática 5º Tomo II. Editorial Fin de Siglo

Matemática 5º Tomo I, Colección Cánepa, Julio González Cabillón, Ediciones de la Plaza.

Geometría. Un curso de Geometría Métrica para el segundo ciclo. Zambra, Rodríguez y Belcredi. Colección Mosaicos.

Geometría Métrica. Fernández Val.

Calculus I, Tom Apóstol. Editorial Reverté.

Bachillerato 1, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.

Bachillerato 2, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.

Bachillerato 3, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.

Análise Real. Volumen 1. Elon Lages Lima. Colección Matemática Universitaria, IMPA (2002), Rio de Janeiro, Brasil.