Derivada – Ejercicios II

1. Aplicando la definición de derivada probar que

a) $\dfrac{d}{dx}\sqrt[3]{x}=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

b) $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sen}(x)=\cos(x)$

Sugerencia: Tener en cuenta que $\forall a,b\in\mathbb{R}$

$$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$$

$$\operatorname{sen}(a)-\operatorname{sen}(b)=2\operatorname{sen}\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

2. Si *f* es derivable en un punto *a* con $f'(a)=1$, calcular $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a-\Delta x)}{\Delta x}$.

3. Mostrar que la función $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}: f(x)=\operatorname{Arctg}(x)+\operatorname{Arctg}\left(\dfrac{1}{x}\right)$ es constante.

¿Cuál es esa constante?

4. Calcular $f'(x)$ si:

a) $f(x)=\mathrm{L}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$. Respuesta: $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

b) $f(x)=\operatorname{tg}^2(2x)$. Respuesta: $f'(x)=4\operatorname{tg}(2x)(1+\operatorname{tg}^2(2x))$

c) $f(x)=-\operatorname{sen}(\pi x)e^{-\pi x}$. Respuesta: $f'(x)=\pi\left(\operatorname{sen}(\pi x)-\cos(\pi x)\right)e^{-\pi x}$.

5. Graficar la tangente al gráfico de *f*: $D\to\mathbb{R}$: $f(x)=\mathrm{L}\left(\operatorname{Arc}\cos(x)\right)$ en $(0,f(0))$.

6. Para cada una de las siguientes funciones *f*, hallar el domino *f* y su función derivada *f'*; estudiar el signo de *f'*(*x*):

a) $f(x)=2^{2^x}$ b) $f(x)=\mathrm{L}\left(\mathrm{L}(x)\right)$ c) $f(x)=xe^x\,\mathrm{L}^2(x)$