1. Para cada una de las siguientes funciones bosquejar su gráfica y la de su derivada; hallar y graficar la ecuación de su tangente en el punto de abscisa $a=1$. Investigar cómo se vincula el crecimiento de la función con el signo de su derivada.

1) $f(x)=x^2$
2) $f(x)=x^2+1$
3) $f(x)=(x+1)^2$
4) $f(x)=x^3$
5) $f(x)=e^x$
6) $f(x)=\mathrm{L}(x)$
7) $f(x)=\mathrm{L}|x|$
8) $f(x)=e^{-x}$
9) $f(x)=\mathrm{sen}(x)$
10) $f(x)=\cos(x)$
11) $f(x)=\sqrt{x}$
12) $f(x)=\dfrac{1}{x}$

2. Si una función es derivable en un punto, ¿puede ser discontinua en ese punto?

3. Dada $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} \text{ si } x\geq 1\\ x^2 \text{ si } x<1\end{cases}$

a) ¿Es *f* continua en 1? ¿Por qué?
b) ¿Es *f* derivable en 1? ¿Por qué?
c) Hallar la función f'.

4. Dada $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x^2-x+1 \text{ si } x\geq 0\\ mx+n \text{ si } x<0\end{cases}$

a) Hallar *m* y *n* para que *f* sea derivable en 0.
b) Para los valores hallados de *m* y *n*, hallar y graficar la ecuación de su tangente en el punto de abscisa 0.
c) Hallar la función f'.

5. Estudiar la derivabilidad de la función valor absoluto, $f: f(x)=|x|$, y determinar su derivada f'.

6. Calcular las funciones derivadas *f’* para cada una de las funciones *f* dadas por:

1) $f(x)=x^3+x^2+x+1$
2) $f(x)=2x^4-5x^2+3x-5$
3) $f(x)=(3x+2)(1-x)$
4) $f(x)=2x-\mathrm{L}(x)$
5) $f(x)=\dfrac{x}{1-x^2}$
6) $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$
7) $f(x)=x\,\mathrm{L}|x|$
8) $f(x)=(x+1)\sqrt{x}$
9) $f(x)=(x-6)^5$
10) $f(x)=(3x+1)^5$
11) $f(x)=(5-3x)e^{2x}$
12) $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{x+4}$
13) $f(x)=x^2-x+\mathrm{L}(2x+1)$
14) $f(x)=\mathrm{L}\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|$
15) $f(x)=e^{-1/x}$
16) $f(x)=(1-\cos(x))^2$
17) $f(x)=1+x+\cos(x)+\cos(2x)$
18) $f(x)=e^{\mathrm{sen}(\pi x)}$

7. Hallar y graficar la recta tangente al gráfico de $f : D \to \mathbb{R}$ en el punto que se indica:

a) $f(x) = xe^{x}$ en $(0; f(0))$

b) $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ en $\left(-\dfrac{1}{2}; f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$

c) $f(x) = x^3 - 5x + 1$ en $(1, f(1))$

d) $f(x) = \mathrm{L}\left(3x^2 + x\right)$ en $(-1, f(-1))$

e) $f(x) = e^{\cos(x)}$ en $(\pi, f(\pi))$

f) $f(x) = \cos(x) - \mathrm{sen}(x)$ en $(\pi/2, f(\pi/2))$

8. Problema: Hallar el área del triángulo determinado por los ejes de coordenadas y la tangente a la curva de $f : f(x) = \dfrac{1}{x}$ en el punto de abscisa a.

Soluciones

Ejercicio 6:

1) $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$

2) $f'(x) = 8x^3 - 10x + 3$

3) $f'(x) = -6x + 1$

4) $f'(x) = \dfrac{2x-1}{x}$

5) $f'(x) = \dfrac{1+x^2}{\left(1-x^2\right)^2}$

6) $f'(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2}$

7) $f'(x) = 1 + \mathrm{L}|x|$

8) $f'(x) = \dfrac{3x+1}{2\sqrt{x}}$

9) $f'(x) = 5(x-6)^4$

10) $f'(x) = 15(3x+1)^4$

11) $f'(x) = (7-6x)e^{2x}$

12) $f'(x) = -\dfrac{x+5}{(x+4)^2}e^{-x}$

13) $f'(x) = \dfrac{4x^2+1}{2x+1}$

14) $f'(x) = \dfrac{-2}{(x+1)(x-1)}$

15) $f'(x) = \dfrac{e^{-1/x}}{x^2}$

16) $f'(x) = 2\,\mathrm{sen}(x)\left(1-\cos(x)\right)$

17) $f'(x) = 1 - \mathrm{sen}(x) - 2\,\mathrm{sen}(2x)$

18) $f'(x) = \pi\cos(\pi x)e^{\mathrm{sen}(\pi x)}$

Ejercicio 7:

a) $y = x$

b) $y = \dfrac{20}{9}x + \dfrac{4}{9}$

c) $y = -2x - 1$

d) $y = -\dfrac{5}{2}x + \mathrm{L}(2) - \dfrac{5}{2}$

e) $y = \dfrac{1}{e}$

f) $y = -x + \dfrac{\pi}{2} - 1$
