

1. Para cada una de las siguientes funciones bosquejar su gráfica y la de su derivada; hallar y graficar la ecuación de su tangente en el punto de abscisa $a = 1$. Investigar cómo se vincula el crecimiento de la función con el signo de su derivada.

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) $f(x) = x^2$ | 2) $f(x) = x^2 + 1$ |
| 3) $f(x) = (x+1)^2$ | 4) $f(x) = x^3$ |
| 5) $f(x) = e^x$ | 6) $f(x) = L(x)$ |
| 7) $f(x) = L x $ | 8) $f(x) = e^{-x}$ |
| 9) $f(x) = \text{sen}(x)$ | 10) $f(x) = \text{cos}(x)$ |
| 11) $f(x) = \sqrt{x}$ | 12) $f(x) = \frac{1}{x}$ |

2. Si una función es derivable en un punto, ¿puede ser discontinua en ese punto?

3. Dada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$

- ¿Es f continua en 1? ¿Por qué?
- ¿Es f derivable en 1? ¿Por qué?
- Hallar la función f' .

4. Dada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ mx + n & \text{si } x < 0 \end{cases}$

- Hallar m y n para que f sea derivable en 0.
- Para los valores hallados de m y n , hallar y graficar la ecuación de su tangente en el punto de abscisa 0.
- Hallar la función f' .

5. Estudiar la derivabilidad de la función valor absoluto, $f: f(x) = |x|$, y determinar su derivada f' .

6. Calcular las funciones derivadas f' para cada una de las funciones f dadas por:

- | | |
|---|--|
| 1) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ | 2) $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 5$ |
| 3) $f(x) = (3x + 2)(1 - x)$ | 4) $f(x) = 2x - L(x)$ |
| 5) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$ | 6) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ |
| 7) $f(x) = xL x $ | 8) $f(x) = (x + 1)\sqrt{x}$ |
| 9) $f(x) = (x - 6)^5$ | 10) $f(x) = (3x + 1)^5$ |
| 11) $f(x) = (5 - 3x)e^{2x}$ | 12) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x + 4}$ |
| 13) $f(x) = x^2 - x + L(2x + 1)$ | 14) $f(x) = L\left \frac{x + 1}{x - 1}\right $ |
| 15) $f(x) = e^{-1/x}$ | 16) $f(x) = (1 - \text{cos}(x))^2$ |
| 17) $f(x) = 1 + x + \text{cos}(x) + \text{cos}(2x)$ | 18) $f(x) = e^{\text{sen}(\pi x)}$ |

7. Hallar y graficar la recta tangente al gráfico de $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ en el punto que se indica:

- a) $f(x) = xe^x$ en $(0, f(0))$ b) $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ en $\left(-\frac{1}{2}; f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$
 c) $f(x) = x^3 - 5x + 1$ en $(1, f(1))$ d) $f(x) = L(3x^2 + x)$ en $(-1, f(-1))$
 e) $f(x) = e^{\cos(x)}$ en $(\pi, f(\pi))$ f) $f(x) = \cos(x) - \operatorname{sen}(x)$ en $(\pi/2, f(\pi/2))$

8. Problema: Hallar el área del triángulo determinado por los ejes de coordenadas y la tangente a la curva de $f : f(x) = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa a .

Soluciones

Ejercicio 6:

- 1) $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 2) $f'(x) = 8x^3 - 10x + 3$
 3) $f'(x) = -6x + 1$ 4) $f'(x) = \frac{2x-1}{x}$
 5) $f'(x) = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$ 6) $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$
 7) $f'(x) = 1 + L|x|$ 8) $f'(x) = \frac{3x+1}{2\sqrt{x}}$
 9) $f'(x) = 5(x-6)^4$ 10) $f'(x) = 15(3x+1)^4$
 11) $f'(x) = (7-6x)e^{2x}$ 12) $f'(x) = -\frac{x+5}{(x+4)^2}e^{-x}$
 13) $f'(x) = \frac{4x^2+1}{2x+1}$ 14) $f'(x) = \frac{-2}{(x+1)(x-1)}$
 15) $f'(x) = \frac{e^{-1/x}}{x^2}$ 16) $f'(x) = 2\operatorname{sen}(x)(1-\cos(x))$
 17) $f'(x) = 1 - \operatorname{sen}(x) - 2\operatorname{sen}(2x)$ 18) $f'(x) = \pi \cos(\pi x)e^{\operatorname{sen}(\pi x)}$

Ejercicio 7:

- a) $y = x$ b) $y = \frac{20}{9}x + \frac{4}{9}$ c) $y = -2x - 1$
 d) $y = -\frac{5}{2}x + L(2) - \frac{5}{2}$ e) $y = \frac{1}{e}$ f) $y = -x + \frac{\pi}{2} - 1$
-