

Interés compuesto

El interés es compuesto cuando se fija un **período de capitalización** (mes, trimestre, año, etc.) y los intereses generados en cada uno de esos períodos pasan a integrar el capital para el período siguiente.

Por eso, el capital no permanece constante como en el interés simple, sino que va aumentando periódicamente. Y como consecuencia, el interés generado en cada período es mayor que en el anterior.

Ejemplo:

Supongamos que **un capital de \$ 200.000** se deposita en un Banco **al 6% anual, durante 3 años, con capitalización anual.**

Que **la capitalización es anual significa que al cumplirse un año** del depósito, **los intereses generados en ese año pasan a formar parte del capital y a producir intereses; y esto se repetirá al fin del segundo año, y así sucesivamente,** hasta terminar el tiempo pactado.

**El período** fijado de antemano, **al cabo del cual se calcula el interés que corresponde acumular al capital,** se llama **período de capitalización.**

¿**Cómo calculamos** los intereses y el monto en el ejemplo planteado?

**Al final del primer año,** el capital aumentará 6%:

$$\Rightarrow \quad \boxed{\$ 200\,000} \xrightarrow{\text{en 1 año transformarán en}} \boxed{\$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)}$$

**Al final del segundo año,** el nuevo capital, aumentará en un 6% su valor por el mismo concepto.

$$\Rightarrow \quad \xrightarrow{\text{en 1 año se transformarán en}} \quad \$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right) \left(1 + \frac{6}{100}\right) = \boxed{\$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2}$$

**Al final del tercer año,** este nuevo capital volverá a aumentar otro 6%.

$$\Rightarrow \quad \xrightarrow{\text{en 1 año se transformarán en}} \quad \$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{6}{100}\right) = \boxed{\$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3}$$

$$\Rightarrow \quad \text{El monto es:} \quad M_c = \$ 200\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 = \$ 200\,000 \times 1,191016 = \underline{\underline{\$ 238\,203,2}}$$

$$\text{Y el interés será:} \quad I_c = M_c - C = 238\,203,2 - 200\,000 = \underline{\underline{\$ 38\,203,2}}$$

**Observación:** En la pág. 7 hicimos un ejemplo igual que el anterior en cuanto a los datos, (\$200 000; 6% anual; 3 años); pero allí calculamos el interés simple.

Ahora calculamos el interés compuesto y como el capital va aumentando con el tiempo, era de esperar que nos diera mayor que el anterior. (\$ 38 203,2 > \$ 36.000)

**En general:** Si un capital **C** está colocado al **r% anual** durante **n años**, con **capitalización anual**, al cabo del primer año el capital aumentará y se transformará en  $C(1+\frac{r}{100})$ . Y al final de cada año subsiguiente se multiplicará el capital del año anterior por  $C(1+\frac{r}{100})$ .

Al cabo de n años llegará a valer  $C(1+\frac{r}{100})(1+\frac{r}{100})\dots\dots(1+\frac{r}{100})$ . El capital quedó multiplicado n veces por  $(1+\frac{r}{100})$ . Entonces el monto y el interés cuando se trata de interés compuesto, será:

$$M_c = C(1 + \frac{r}{100})^n \qquad I_c = M_c - C$$

**Ejercicio 50: (Ejemplos hechos en el pizarrón en distintas clases)**

- a) Hallar en cuánto se transforma un capital de 15.000 U\$S depositado al 8% anual en: i) 1 año, ii) 6 años, iii) 10 años, si la capitalización es anual  
b) ¿Qué interés se retira colocando un capital de U\$S 5.000 al 7% anual i) durante 2 años con capitalización anual. ii) durante 3 años con capitalización semestral. iii) durante un semestre con capitalización trimestral.

Tasa, tiempo y período de capitalización expresados en unidades diferentes

El razonamiento anterior es válido para la capitalización mensual, bimensual, trimestral, etc., siempre que la tasa y el tiempo estén referidos a la misma unidad de tiempo que la capitalización.

Por tanto valen para esos casos las fórmulas de **M<sub>c</sub>** y de **I<sub>c</sub>** que se dedujeron.

Pero si están expresados en unidades diferentes, a la hora de hacer los cálculos, **la tasa y el tiempo deben adecuarse a la capitalización.**

Ejemplos:

- 1) **cap. anual.; tasa: r% anual; tiempo: 18 meses** → **cap. anual.; tasa: r% anual; tiempo: (18/12) años**
- 2) **cap. semes.; tasa: 0,8 % mens.; tiempo: 2 años** → **cap. semes.; tasa: (0,8x6)% semes.; tiempo: (2x2) semes.**
- 3) **cap. mens.; tasa: 9 % anual.; tiempo: 3 semes.** → **cap. mens.; tasa: (9/12)% mens.; tiempo: (3x6) meses**
- 4) **cap. anual.; tasa: 2 % cuatr.; tiempo: 180 días** → **cap. anual.; tasa: (2x3)% anual.; tiempo: (180/360) años**

Ejercicios

(Interés compuesto)

**Ejercicio 51:**

- a) Si un capital se encuentra colocado al 14 % anual, siendo anual la capitalización, ¿por cuánto queda multiplicado cada año?  
b) ¿Cuántos años pasarán para llegar a duplicarse?

**Ejercicio 52:**

Solicitamos un préstamo de 25 000 U\$S para comprar un auto. Nos cobran 12% anual, y lo debemos devolver al cabo de 4 años, junto con los intereses generados.

¿Cuánto deberemos pagar al finalizar el plazo si se trata de IC y los períodos de capitalización son:

- a) años b) meses c) días

**Ejercicio 53:**

Un banco ofrece 7% anual por depósitos en dólares, pero no especifica cuál es el período de capitalización.

¿Cuánto obtendré por concepto de intereses si deposito 10 000 U\$S durante 2 años en el caso que los períodos de capitalización sean a) años, b) meses, c) días, d) cuatrimestres e) semestres?

Tasa efectiva anual (T.E.A.)¿Qué es la T.E.A.?

Tres ejemplos para aprender y practicar:

→ Ejemplo 1 Una persona pide una determinada cantidad de dinero por 2 años a una tarjeta de crédito y le dicen que la tasa de interés que se cobra por la cantidad que pide es del 48% anual.

Luego le informan

- que los intereses que pagará por el préstamo se van generando mes a mes
- que los intereses se irán sumando también mensualmente a la cantidad de dinero prestada y
- que tendrá que abonar luego de los 2 años el dinero prestado más los intereses que se fueron acumulando como deuda.

¿Pagará efectivamente 48% anual?

- Veremos que la tasa anual que efectivamente le cobran es mayor al 48%.  
¿Cómo es posible?

A la tasa del 48% se le llama **tasa nominal**; y es **una tasa anual de referencia** mediante la cual el Banco Central regula las operaciones del sistema financiero.

Cada entidad que presta dinero decide cuánto ha de cobrar por concepto de intereses y cuál será la forma de pago. Sin embargo tienen un cierto límite, fijado por ley, por encima del cual se considera **usura** (\*) Pero recién cuando está fijada la tasa nominal y la forma de pago se está en condiciones de calcular **la tasa anual real** que se ha de pagar.

- En este ejemplo, se aplica un interés compuesto con capitalización mensual.  
Por tanto la tasa nominal (48% anual) debe expresarse como tasa mensual:

$$48\% \text{ anual} = (48/12)\% \text{ mensual} = 4\% \text{ mensual}$$

A la tasa del 4% mensual se le llama **tasa periódica** y se calcula en base a la **tasa nominal** o **de referencia** (48%), de acuerdo con el período de capitalización, de forma proporcional.

- Vamos a calcular cuál es la tasa efectiva anual (T.E.A.) en esta operación

Si le prestaran una cierta cantidad **C**, por un mes, tendría que devolver: **C (1 + 0,04)** .

Pero si fuera por un año, debería devolver:

$$C(1 + 0,04)^{12} = C(1,04)^{12} \cong C \cdot 1,6010 = C(1 + 0,6010) = C\left(1 + \frac{60,10}{100}\right)$$

888

- Esto último significa que el tanto por ciento anual que le cobrarían efectivamente es aproximadamente del 60,1% (y no del 48%).

⇒ **La tasa efectiva anual (T.E.A.) que cobra dicha tarjeta es aprox. del 60,1%**

De una página web del Banco Central del Uruguay:

La ley de Tasas de Interés y Usura (Ley 18212, de 5 de diciembre de 2007) ha fijado para los préstamos de dinero un tope a las tasas de interés, incluidas las compensaciones, gastos de administración, comisiones y otros que se cobran por un crédito o préstamo. Cuando los intereses y/u otros cargos cobrados en una operación de crédito o préstamo superan los topes máximos fijados se configura usura, delito que se encuentra penado. ([http://www.bcu.gub.uy/usuario-financiero/paginas/tasas\\_topes.aspx](http://www.bcu.gub.uy/usuario-financiero/paginas/tasas_topes.aspx))

→ Ejemplo 2 Un banco de plaza ofrece pagar por depósitos en moneda nacional un 8% trimestral, pagando cada tres meses los intereses. Verificar que la T.E.A. es del 36% aproximadamente.

(Ejercicio 54)

→ Ejemplo 3 Comprobar que si un prestamista paga 42% anual por depósitos a plazo fijo, con capitalización mensual de intereses, la T.E.A. correspondiente es aproximadamente del 51%.

**Ejercicio 55:**

Se sabe que la T.E.A es del 21%, ¿cuál es la tasa semestral?

**Ejercicio 56:**

Un capital de 1500 U\$S es depositado a un interés anual del 36%. Si la capitalización es mensual,  
a) ¿en cuánto se transformará al cabo de un año? b) ¿cuál es la T.E.A.?

**Ejercicio 57:**

1) ¿En cuánto se transforman 5000 \$ en un año, al 10%, si la capitalización es: a) semestral b) trimestral, c) mensual d) bimensual e) cuatrimestral?  
2) ¿Cuál es la T.E.A. en cada caso?

**Ejercicio 58:**

Calcular en cuánto se transforman 10 000 \$ al 5% anual durante 2 años y 3 meses y cuál es la TEA si el período de capitalización es a) 1 año b) 1 mes

**Ejercicio 59:**

a) ¿En cuánto se transforma un capital de 3500 € depositados durante 3 meses al 8,5% anual?  
¿Y si se mantiene 5 años con capitalización trimestral?  
b) ¿Cuál es la TEA en cada caso?

**Ejercicio 60:** Calcular el monto y el interés compuesto obtenido con un capital de \$ 600000 si se coloca:  
a) durante 2 años al 6% anual. b) un año y ocho meses al 2% cuatrimestral.

**Ejercicio 61:** Calcular el capital necesario para obtener un monto de \$998250 en tres años al 10% anual a interés compuesto.

**Ejercicio 62:** ¿Cuál fue el capital que generó un interés compuesto de \$28980 en dos años a una tasa anual del 7%?

**Ejercicio 63:** Calcula a que tanto por ciento anual se deben colocar a interés compuesto 600 U\$S para que en dos años se conviertan en 699,84 U\$S.

**Ejercicio 64:** Un banco paga el 2% trimestral ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2000 U\$S si la capitalización es trimestral para convertirse en 2536,48 U\$S?

**Ejercicio 65:** Una persona necesita un préstamo de 2000U\$S por 2 años. Le ofrecen el dinero al:

a) 5% anual capitalizable trimestralmente b)  $5\frac{3}{8}$  % anual capitalizable semestralmente y c)  $5\frac{1}{2}$  % de interés simple anual, ¿qué oferta le conviene aceptar?

**Ejercicio 66:** Juan tiene 7000U\$S, si los coloca a interés simple durante dos años con una tasa del 6% anual recibe 350U\$S menos de interés que si los coloca durante el mismo tiempo a interés compuesto con una tasa semestral. Calcular la tasa utilizada.

**Ejercicio 67:** Un banco hace la siguiente oferta: "Si deposita su dinero en nuestra Cuenta Depósito, le damos intereses anuales del 12%, con pago mensual de intereses. (T.E.A.: 12,68 )" Verificar la T.E.A.

**Ejercicio 68:** Hallar la TEA correspondiente a un rédito anual del 10% con pagos mensuales de interés.

**Ejercicio 69:** Hallar la TEA correspondiente a un rédito anual del 13% con pagos trimestrales de interés

### Ejercicios (Amortización de préstamos)

**Ejercicio 70:** a) Hemos de amortizar U\$S 50.000 en 5 años, con un interés del 15% anual de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente mas la quinta parte del capital total. Calcula lo que hay que pagar cada año.

b) Hemos de amortizar U\$S 4.500 al 1% mensual en 6 plazos mensuales. En cada uno de los plazos pagaremos la sexta parte del capital prestado mas los intereses mensuales del capital pendiente de pago. Calcula el importe de cada pago.

**Ejercicio 71:** Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de \$ 50000 en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?

**Ejercicio 72:** Compramos un electrodoméstico de 750 U\$S y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

**Ejercicio 73:** Una persona paga un coche en 60 mensualidades de 333,67U\$S. Si el interés es del 12% anual, ¿Cuál será el precio del coche si se pagara al contado?

**Ejercicio 74:** Un banco nos concede un préstamo al 6% anual que hemos de amortizar en 7 anualidades de \$14330,19 cada una. ¿ Cuánto dinero nos prestó?

**Ejercicio 75:** He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de \$1413,19 ¿Cuál es la cantidad prestada si la tasa es del 10,5% anual?

**Ejercicio 76:** a) Hallar el capital que debe colocarse al 14% anual durante 7 meses capitalizable mensualmente, a interés compuesto, para obtener un monto de \$37.957,5.

b) i) ¿Cuál es el interés producido por la operación anterior ( parte a)?

ii) ¿Qué porcentaje del capital es el interés obtenido?

c) Calcular la anualidad que debe pagarse para amortizar un préstamo de \$ 20.000 al 5 % anual durante 3 años.

**Ejercicio 77:** Andrés y Felipe invierten 20000 pesos cada uno. Andrés lo hace en un banco que ofrece un tipo de **interés simple del 5 % anual durante 6 años.**

Felipe lo hace en otro banco con un **interés compuesto del 5 % anual durante 6 años, con capitalizaciones trimestrales.**

(a) Calcular el interés ganado por Andrés en el período de inversión

(b) Calcular la cantidad total que habrá en la cuenta de Felipe al cabo de 6 años

(c) Calcular el menor número de años que Andrés deberá dejar su inversión para ganar por lo menos lo mismo que Felipe en 6 años.