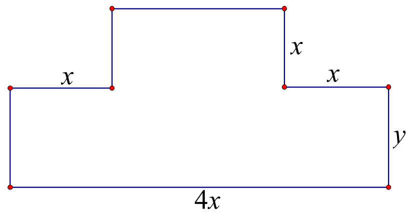
Aplicaciones del cálculo – Problemas de optimización

1. De los rectángulos de 1m de perímetro hallar el de área máxima.

2. Se debe limitar una superficie rectangular con un área de $100m^2$. El costo por metro de perímetro de cada largo es $1000 y de cada ancho es $800. Calcular los lados para que el perímetro resulte con el menor costo posible.

3. Se deben alambrar 50 hectáreas de campo. Calcular el largo y el ancho para utilizar el menor alambre posible.

4. Con dos rectángulos se forma la figura adjunta que debe tener un perímetro de 36m. Calcular sus lados para que su área sea máxima.



5. Determina las dimensiones que debe tener un recipiente cilíndrico de volumen igual a 6,28 litros para que pueda construirse con la menor cantidad posible de hojalata.

6. Rosendo quiere investigar si la fábrica de latas de refrescos gasta lo menos posible en la fabricación de los envases. Sabiendo que el volumen de los mismos es de 350 ml, ayúdalo a determinar las dimensiones que llevará la menor cantidad de metal.

7. Rosendo quiere estar preparado para la sequía del verano, para ello desea construir un depósito d agua con forma cilíndrica de área total 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que el volumen sea máximo.

8. El propietario de un inmueble tiene alquilados 40 pisos a 300 dólares al mes cada uno. Por cada 10 dólares de aumento en el precio del alquiler pierde un inquilino, que se traslada a otro piso más económico. ¿Cuál es el alquiler que más beneficios produce al propietario?

9. Con una lámina cuadrada de 10 dm de lado se quiere construir una caja sin tapa. Para ello se recortan unos cuadrados en los vértices. Calcula el lado del cuadrado recortado para que el volumen de la caja sea máximo.

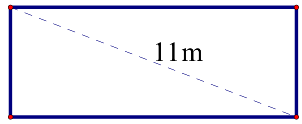
10. Las páginas de un libro deben tener cada una 400 cm^2 de superficie, con márgenes superior e inferior de 5 cm y margen izquierdo y derecho de 4 cm. Encuentre las dimensiones de la página que permitan la mayor área impresa posible.

11. La señora es dueña de un campo de 10 hectáreas y desea hacer una plantación de limoneros. Sabe estadísticamente que, si siembra 40 limoneros por hectárea, cada uno le dará 120 limones al año. Y que por cada limonero más que siembre por hectárea, el número de limones producidos por cada planta disminuirá en 2.
¿Cuántos árboles debe plantar por hectárea para obtener el mayor número de limones, y cuántos limones produce en ese caso?

12. Un trozo de alambre de 16 cm de longitud se va a cortar en dos partes; una se dobla para formar un cuadrado y la otra se dobla para formar un círculo.

¿Dónde debe hacerse el corte de modo que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima? ¿Y dónde para que sea máxima?

13. Una superficie rectangular debe tener la diagonal de 11m de longitud y la mayor área posible. Calcular sus lados.



14. Una empresa tiene capacidad de producir como máximo 15.000 unidades al mes de cierto producto.
El costo total de producción C en miles de dólares por mes responde a la función:

$$C(q) = \frac{1}{3}q^3 - \frac{11}{2}q^2 + 24q + 31,$$

siendo q es el número de unidades producidas en miles de unidades por mes.
Determina la producción mensual de la empresa que minimiza el costo total de producción y calcula ese costo.

15. Un estudio sobre la eficiencia de los trabajadores del turno matutino de una fábrica indica que el número N de artículos ensamblados por un trabajador promedio está dada por la relación:

$$N(t) = - t^3 + 6\ t^2 + 15\ t$$

siendo t el tiempo transcurrido desde el inicio del turno (8:00 a 13:00 hrs.)
a) Grafica la curva de producción N(t) para $0 \leq t \leq 5$.
b) ¿A qué hora de mañana la tasa de producción del trabajador es máxima?
c) ¿A qué hora es mínima?

16. La relación entre el precio de venta por unidad p de un artículo y la cantidad de unidades vendidas q (demanda) se conoce como función de demanda del artículo considerado.
Para un comercio que vende determinado artículo su función de demanda es:

$$p(q) = 8{,}25.e^{-0{,}002q}$$

siendo p en miles de U$S y q unidades por mes.
El ingreso total I del comercio en miles de U$S/mes será entonces $I = pq$.
a) Bosqueja la función de demanda p.
b) Encuentra el nivel de demanda que maximiza el ingreso total del comercio y calcula ese ingreso mensual.

17. Una empresa distribuidora de café tiene una función de demanda dada por:

$$p = -0{,}3q^2 - 0{,}6q + 3000$$

siendo p el precio en U$S/Tonelada y q cantidad demandada en Toneladas.
a) Representa gráficamente la función demanda.
b) Siendo el ingreso total I de la empresa el producto de la cantidad demandada por el precio de venta $I = pq$:

i) Halla el nivel de demanda que hace máximo el ingreso total.
ii) Calcula ese ingreso máximo.
iii) Indica el precio de venta correspondiente de la tonelada de café.
