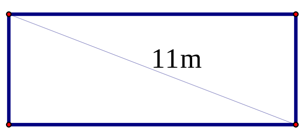
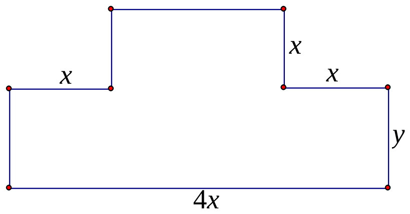
Práctico: Funciones aplicadas - Optimización de funciones

1. Halla el número positivo cuya suma con veinticinco veces su inverso sea mínimo.
2. De todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm, halla las dimensiones de aquel cuya área sea máxima.
3. Entre todos los rectángulos de perímetro 12 cm, ¿cuál es el que tiene la diagonal menor?
4. Encontrar dos números cuya suma sea 100 y su producto sea máximo.
5. Determina las dimensiones que debe tener un recipiente cilíndrico de volumen igual a 6,28 litros para que pueda construirse con la menor cantidad posible de hojalata.
6. Rosendo quiere investigar si la fábrica de latas de refrescos gasta lo menos posible en la fabricación de los envases. Sabiendo que el volumen de los mismos es de 350 ml, ayúdalo a determinar las dimensiones que llevará la menor cantidad de metal.
7. Descomponer el número 36 en dos sumandos positivos de modo que el producto del primer sumando por el cuadrado del segundo sea máximo.
8. Entre todos los triángulos isósceles de perímetro 30 cm, ¿cuál es el de mayor área?
9. Rosendo quiere estar preparado para la sequía del verano, para ello desea construir un depósito d agua con forma cilíndrica de área total 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que el volumen sea máximo.
10. El propietario de un inmueble tiene alquilados 40 pisos a 300 dólares al mes cada uno. Por cada 10 dólares de aumento en el precio del alquiler pierde un inquilino, que se traslada a otro piso más económico. ¿Cuál es el alquiler que más beneficios produce al propietario?
11. Con una lámina cuadrada de 10 dm de lado se quiere construir una caja sin tapa. Para ello se recortan unos cuadrados en los vértices. Calcula el lado del cuadrado recortado para que el volumen de la caja sea máximo.
12. Dos postes de 12 m y 18 m de altura distan entre sí 30 m. Se desea tender un cable que una un punto del suelo entre los dos postes con los extremos de estos. ¿Dónde hay que situar el punto del suelo para que la longitud total del cable sea mínima?
13. Las páginas de un libro deben tener cada una 400 cm^2 de superficie, con márgenes superior e inferior de 5 cm y margen izquierdo y derecho de 4 cm. Encuentre las dimensiones de la página que permitan la mayor área impresa posible.
14. La señora es dueña de un campo de 10 hectáreas y desea hacer una plantación de limoneros. Sabe estadísticamente que, si siembra 40 limoneros por hectárea, cada uno le dará 120 limones al año. Y que por cada limonero más que siembre por hectárea, el número de limones producidos por cada planta disminuirá en 2.
    a) ¿Cuántos árboles debe plantar por hectárea para obtener el mayor número de limones?
    b) ¿Cuántos limones produce en ese caso?
15. Un trozo de alambre de 16 cm de longitud se va a cortar en dos partes; una se dobla para formar un cuadrado y la otra se dobla para formar un círculo.
    a) ¿Dónde debe hacerse el corte, de modo que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima?
    b) ¿Y dónde para que sea máxima?
16. Se deben alambrar 50 hectáreas de campo. Calcular el largo y el ancho para utilizar el menor alambre posible.
17. Una superficie rectangular debe tener la diagonal de 11m de longitud y la mayor área posible. Calcular sus lados.



18. Con dos rectángulos se forma la figura adjunta que debe tener un perímetro de 36m.

Calcular sus lados para que su área sea máxima.



19. La velocidad v, con que los pájaros devoran ciertos tipos de gusanos viene dada por $v(N)=\dfrac{7N}{N^2+16}$, siendo N es la concentración de gusanos.
Calcular qué concentración de gusanos será más rápidamente devorada por los pájaros.

20. Una epidemia se está desarrollando en una ciudad.
Se estima que el número de miles de personas que contraerán la enfermedad es en función del tiempo transcurrido

$f(t)=-0,0926t^3+1,2488t^2-3,9015t+14,282$ donde t está dado en meses y $0\le t\le 11$.

Calcular el tiempo de máximo contagio, el tiempo en que aumenta y disminuye el contagio y el número máximo de personas que se contagian.

21. Al estudiar una población de paramecium en un medio nutritivo, los biólogos obtuvieron que la cantidad de miles de individuos en el cultivo viene dada por

$g(t)=L\left(t(t-2)+5\right)$, donde t es el tiempo en días.

Indicar e interpretar en el contexto del problema, el punto crítico de la función.
¿Qué cantidad de paramecium será posible de encontrar en el largo plazo?

22. Un estudio sobre la eficiencia de los trabajadores del turno matutino de una fábrica indica que el número N de artículos ensamblados por un trabajador promedio está dada por la relación:

$$N(t) = - t^3 + 6 t^2 + 15 t$$

siendo t el tiempo transcurrido desde el inicio del turno (8:00 a 13:00 hrs.)
a) Grafica la curva de producción N(t) para $0\le t \le 5$.
b) ¿A qué hora de mañana la tasa de producción del trabajador es máxima?
c) ¿A qué hora es mínima?

23. Si se designa el radio normal de la tráquea como R, expresado en centímetros y el radio de la tráquea durante la tos como r, expresado en centímetros, donde R es una constante y r es una variable. La velocidad del aire a través de la tráquea puede darse en función de r y, si $v(r)$ en centímetros por segundos es la velocidad, entonces:
$v(r)=kr^2\,(R-r)$ donde k es una constante positiva y r está en el intervalo $[1/2R;\ R]$

Determine el valor del radio r, cuando la velocidad es máxima.
(*Se refiere a la expectoración. Cuando un objeto extraño está presente en la tráquea de una persona, produce tos, el diafragma empuja hacia arriba y ocasiona un aumento de presión en los pulmones. Esto se acompaña por una contracción en la tráquea que hace que se estreche el canal por donde se expele el aire. Para que*

una cantidad específica de aire escape en un lapso de tiempo fijo, se debe mover más rápido por el canal estrecho que por el amplio. A mayor velocidad de la corriente de aire, mayor es la fuerza sobre el objeto extraño. Los rayos X muestran que el radio del tubo traqueal circular se contrae a dos tercios de su radio normal cuando produce tos, cómo demostrar que la velocidad de la corriente de aire está relacionada con el radio de la tráquea por medio de una función).