

**PORCENTAJES**

1) En un país europeo la población se reparte por edades de la siguiente manera.

	Menos de 20 años	De 20 a 64 años	Más de 64 años
% de población		56 %	16 %
Número de habitantes	16 240 000		

¿Cuál es la población total?

2) Hallar un 12 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Hallar un 8 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Hallar un 3.5 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Hallar un  $r$  % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

3) Aumentar un 10 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Aumentar un 5 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Aumentar un 6.5 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Aumentar un  $r$  % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

4) Disminuir un 20 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Disminuir un 7 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Disminuir un 2,5 % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

Disminuir un  $r$  % una cantidad es equivalente a multiplicarla por.....

**CONCLUSIONES:**

**El  $r$  % de una cantidad  $C$  se obtiene calculando  $C\left(\frac{r}{100}\right)$**

**Si una cantidad  $C$  sufre un aumento del  $r$  % se transformará en  $C\left(1 + \frac{r}{100}\right)$**

**Si una cantidad  $C$  sufre una disminución del  $r$  % se transformará en  $C\left(1 - \frac{r}{100}\right)$**

5) a) El precio de un producto después de un aumento del 12 % es de \$ 504 ¿cuál era su precio antes del aumento?

b) El precio de un artículo pasó de \$ 620 a \$ 651 ¿cuál fue el porcentaje de aumento?

c) La población de una ciudad pasó de 850 000 a 833 000 ¿cuál fue el porcentaje de disminución?

d) La cantidad de votantes de un candidato municipal disminuyó un 24 % . Si la cantidad de votantes actual es de 22 800 personas ¿cuántas lo habían votado antes?

- 6) El precio de un artículo baja de \$ 525 a \$ 462 ¿cuál es el porcentaje de rebaja?
- 7) Un artículo aumenta el 15 % y luego disminuye el 15 % ¿Vuelve al precio original?
- 8) Un artículo aumenta el 15 % y luego aumenta un 5 % ¿Aumentó un 20%?
- 9) ¿Qué diferencia hay entre el 5% del 60% de x y el 60% del 5% de x?
- 10) En 2 años el precio de un artículo aumente un 5%, luego un 10 %, y luego un 13 %. Hallar el aumento acumulado.
- 11) Dos comercios A y B tienen un artículo al mismo precio  
El comercio A decide aumentar el artículo un 10 % y luego disminuirlo un 10 %.

El comercio B decide, primero, disminuir el artículo un 10 % y luego aumentarlo un 10 %.

¿En cuál comercio conviene comprar el artículo? Tomar una decisión sin cálculos y luego corroborarla.

- 12) En una clase hay 40% de varones. El 45% de los varones y el 40% de las niñas no saben nadar. ¿Qué porcentaje de la clase no sabe nadar?

- 13) La población de un país aumenta un 3% anualmente. a) Completar el cuadro siguiente

Año	1998	1999	2000	2001
Población		6 415 000		

- b) ¿Por qué número habrá que multiplicar la población de 2001 para llegar a la población de 2005?

- 14) Un terreno tiene forma rectangular. Para instalar un estacionamiento, la intendencia exige sacar un 10% del largo y del ancho para los retiros. ¿En qué porcentaje disminuyó la superficie?

- 15) Una persona desea adquirir un artículo cuyo precio es de \$ 4 900. Se le propone dos formas de pago:

1) pago al contado, en el que será beneficiada de una rebaja del 4% sobre el precio al contado

2) pago a crédito: 20% del precio marcado al momento de la compra, y el resto, con un aumento del 15%, en seis cuotas mensuales iguales

a) Calcular la suma total pagada en cada caso

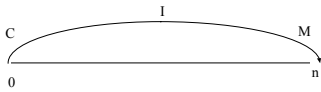
b) Calcular el monto de cada mensualidad, en el caso del pago a crédito

c) ¿Cuánto por ciento más es la suma pagada en el segundo caso, con respecto al primero?

**MATEMÁTICA FINANCIERA**

Se dispone de un determinado **capital** de C unidades monetarias, el cual se coloca a interés durante n unidades de tiempo. En el momento n (o sea al vencimiento) se tendrá una mayor cantidad de unidades monetarias, llamada **monto**, M. La diferencia entre estos dos valores es el **interés** I, rendimiento que ha generado el capital C al haber sido colocado durante n unidades de tiempo.

Se cumple  $M = C + I$ .



**Ejemplos:**

a) Si un capital de \$ 50.000 se coloca a un interés del 6 % anual durante un año, el interés generado es:  $I=(0,06)(50.000)=3.000$ . por lo que, al año, el monto será de \$ 53.000

Directamente, el monto puede ser calculado haciendo  $M=(50.000)(1,06) = 53.000$

b) Si un capital de U\$S 1200 se coloca al 2 % semestral, a los 6 meses el monto es  $M=(1200) (1,02)=1224$

**En general:**

En un período de tiempo n, si un capital C es colocado al r % durante ese período, el monto M generado será:

$$M = C + C \cdot \left(\frac{r}{100}\right) = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

El problema surge cuando el capital se coloca por más de un período de tiempo, porque no será igual cuando el interés para el segundo período se calcule sobre el capital original (interés simple) o sobre el monto obtenido después del primer período, y así sucesivamente para los siguientes períodos (interés compuesto).

**INTERÉS SIMPLE**

Lo que genera interés durante una unidad de tiempo es siempre el valor de la colocación **original** ( C ) .

Ejemplo: Si un capital C es colocado al 5 % anual de interés simple durante 3 años ¿cuáles serán el interés y el monto generados?

$$C \xrightarrow[1^{\circ} \text{ año}]{I = 0,05.C} I_{ac} = 0,05.C \quad \xrightarrow[2^{\circ} \text{ año}]{I = 0,05.C} I_{ac} = 2(0,05).C \quad \xrightarrow[3^{\circ} \text{ año}]{I = 0,05.C} I_{ac} = 3(0,05).C$$

Por lo tanto, después de los tres años:

$$I = 3 (0,05) C \quad y$$

$$M = C + 3 (0,05) C = C ( 1 + 3 (0,05) )$$

0,05 es la **tasa de interés** (interés generado por una unidad monetaria en una unidad de tiempo).

**Un** peso de capital genera en **un** año 0,05 pesos de interés.

Observación: La tasa de interés  $i = \frac{r}{100}$  siendo r el porcentaje al cual fue colocado el capital en ese período de tiempo

**Generalización:**

Si un capital C se coloca a una determinada tasa de interés simple (i) definida en cierta unidad de tiempo (t), entonces:

$$I = c.t.i \quad y \quad M = C.(1 + t.i) \quad t \text{ está expresado en la misma unidad de tiempo en la que está definida } i .$$

**Ejemplo:**

Calcular el interés simple que producen \$ 850000 colocados por **seis meses**:

- a) al 4% semestral R:  $I = (1)(850000)(0,04)$
- b) al 5% trimestral R:  $I = (2) (850000) (0,05)$
- c) al 9% anual. R:  $I = (1/2) (850000) (0,09)$

2) Hallar el interés y el monto que se obtienen, si se coloca, a interés simple:

- a) \$ 150000 durante un año al 6% anual R:  $M = 150000 (1 + (1) 0,06)$
- b) \$ 420000 durante 4 meses al 7,5% anual

$$R: M = 420000 \left( 1 + \frac{4}{12} 0,075 \right) \quad \text{o} \quad M = 420000 \left( 1 + 4 \frac{0,075}{12} \right) \quad \text{Tasa mensual}$$

- c) \$ 480000 durante 3 meses y 12 días al 6 % anual

$$R: M = 480000 \left( 1 + \frac{102}{360} 0,06 \right) \quad \text{o} \quad M = 480000 \left( 1 + 102 \frac{0,06}{360} \right) \quad \text{Tasa diaria}$$

En este tema, todos los meses se consideran de 30 días y los años de 360 días

**Ejercicios:**

16) Calcular el interés que ganará un capital de \$ 5.000.000 colocado a una tasa del 36 % anual de interés simple durante un año y siete meses.

**Solución: 2.850.000**

17) Calcular la tasa de interés simple trimestral a la que debe colocarse un capital de \$1.000.000 durante 9 meses para que produzca \$ 240.000 de intereses

**Solución: 8%**

18) ¿Durante cuánto tiempo debe colocarse un capital de \$ 1.200.000 para que a una tasa de 15% semestral de interés simple produzca \$ 540.000 de intereses?

**Solución: 3 semestres**

19) ¿ Qué cantidad debe colocarse durante 5 cuatrimestres, a una tasa de 27% anual de interés simple, para que pueda reunirse un capital final de \$ 5.800.000?

**Solución: 4.000.000**

20) Dos capitales iguales se colocan a interés simple durante 7 meses; el primero al 30% anual y el segundo al 18% anual . Calcular el valor de los capitales iniciales si los montos recibidos al final de los 7 meses suman \$ 5.700.000

**Solución: 2.500.000**

21) Un inversionista coloca el 20% de su capital al 25% anual de interés simple; el 50% al 12% anual y el 30% al 10% anual. Al cabo de un año, el interés devengado por el inversionista es de \$ 700.000, Calcular la cantidad de dinero que el inversionista colocó en cada operación.

**Solución: 1.000.000; 2.500.000; 1.500.000**

22) Una persona tiene dos capitales que ha colocado durante el mismo tiempo, el primero le produce el 7 % de interés simple anual y el segundo el 10 % de interés simple anual. El primero produce de intereses \$ 875, el segundo que excede al primero en \$ 1.000 le produce en intereses \$ 1 750. Halle:

- a)Tiempo de colocación
- b) Valor de cada capital

**Solución: 5 años; 2.500 y 3.500**

23) Calcular el tiempo necesario para triplicar un capital colocado al 16 % anual de interés simple.

**Solución: 12,5 años**

**INTERÉS COMPUESTO:**

Lo que genera interés durante una unidad de tiempo es el valor de la colocación al comienzo de cada unidad de tiempo. O sea, los intereses que se van generando pasan a formar parte de la masa que genera interés.( capitalización de intereses )

**Ejemplo:**

Si un capital C es colocado al 5 % anual de interés compuesto durante 3 años ¿cuáles serán el monto y el interés generados?

$$C \xrightarrow[1^\circ \text{ año}]{\times 1,05} M_1 = 1,05.C \xrightarrow[2^\circ \text{ año}]{\times 1,05.} M_2 = (1,05)^2.C \xrightarrow[3^\circ \text{ año}]{\times 1,05.} M_3 = (1,05)^3.C$$

El interés se calcula  $I = M - C$

**Generalización:**

Si un capital C se coloca a una determinada tasa de interés compuesto ( $i$ ) definida en cierta unidad de tiempo durante n períodos, entonces:

$$M = C.(1+i)^n \quad \text{e} \quad I = M - C$$

$n$  es el número de períodos de capitalización, y la tasa de interés ( $i$ ) debe calcularse en ese período.

**Ejemplo:**

Hallar el monto e interés que se obtiene, si se coloca, a interés compuesto:

a) \$ 150000 durante tres años al 6% anual capitalizable anualmente:

$$R: M = 150000 (1 + 0,06)^3 = 178\ 652,4 \quad I = 28\ 652,4$$

b) \$ 420000 durante 2 años al 12% anual capitalizable semestralmente

$$R: M = 420000 \left(1 + \frac{0,12}{2}\right)^4 = 530\ 240,3 \quad I = 110\ 240,3 \quad \text{Tasa semestral}$$

c) \$ 480000 durante 1 año y medio al 6 % anual capitalizable mensualmente

$$R: M = 480000 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{18} = 525\ 085,9 \quad I = 45\ 085,9 \quad \text{Tasa mensual}$$

**Ejercicios:**

24) a) Hallar el monto y el interés generados por un capital de U\$S 1500 colocado durante 2 años, al 10% anual de interés compuesto, capitalizable trimestralmente.

$$R: M = \text{U}\$S\ 1827,6 \quad I = 327,6$$

b) ¿Qué capital colocado al 24% anual, capitalizable mensualmente, genera un monto de \$ 12682,42 en un año?

$$R: C = \$\ 10000$$

c) ¿Cuánto tiempo debe colocarse un capital de \$ 20000 para que genere un monto de \$ 25194,24 al 8 % anual, capitalizable anualmente?

$$R: 3 \text{ años}$$

d) Hallar la tasa anual de interés compuesto, que hace que un capital de \$ 1000 genere un interés de \$ 500 en 5 años, capitalizando bimensualmente (cada 2 meses).

$$R: 8,16 \%$$

25) Calcular el monto final de 4 años de un capital de \$ 5.000.000 colocado a una tasa de interés de 36 % anual que se acreditan mensualmente.

$$R: 20.661.259,39$$

26) Vendí mi casa en U\$S 60.000. Quiero comprar otra que cuesta U\$S 85.000. Coloco mi capital (U\$S 60.000) en un banco que otorga el 6% semestral capitalizables semestralmente durante un año y medio. ¿Cuánto me faltará reunir al cabo de ese tiempo?

27) Calcular el capital que será necesario colocar a una tasa de interés de 20 % anual capitalizable trimestralmente para reunir \$10.000.000 en dos años.

$$R: 6.768.393,62$$

28) Una persona pide prestada la cantidad de U\$S 8000. Cinco años después devuelve U\$S10.200. Determine la tasa de interés anual que se le aplicó, si el interés es:

- a) Simple                      b) Capitalizado anualmente                      c) Capitalizado trimestralmente                      d) Capitalizado mensualmente  
**R: a) 5,5%, b) 4,979%, c) 4,889%, d) 4,869%**

29) Un padre, al nacimiento de su hijo, deposita en una institución financiera la cantidad de U\$S 5.000. La institución le abona el 2% anual capitalizable trimestralmente. Cinco años más tarde, nace una niña y entonces divide el monto del depósito en dos partes: una de 3/10 para el hijo y el resto para la hija. ¿Qué cantidad tendrá cada uno cuando cumplan 21 años?

$$R: \text{Hija } 5.879,48 \text{ e hijo } 2.280,55$$

30) Se invierte un capital a razón de 36 % anual capitalizado cuatrimestralmente. Si se conoce que los intereses ganados durante un año son de \$ 500.000, determine el capital al final de ese año.

31) Calcular la tasa anual con capitalización trimestral que es equivalente a un tasa de 36% anual con capitalización mensual.

**R: 37,09%****TASA EFECTIVA ANUAL (TEA)**

Se llama tasa efectiva anual (TEA) al porcentaje de aumento del capital durante un año.

**Ejemplo:**

Sea C un capital que se coloca al 4% anual de interés compuesto.

Si el interés se capitaliza anualmente entonces el monto al finalizar un año, será

$$M = C (1 + 0,04)^1 = C (1,04), \text{ por lo que en un año se obtuvo una aumento del } 4 \% \text{ (TEA)}$$

Pero, si el interés se capitaliza trimestralmente, la tasa será de  $\frac{0,04}{4} = 0,01$  trimestral, por lo que en un año el monto será:

$$M = C \underbrace{(1 + 0,01)^4}_{\cong 1,0406} \cong C.(1,0406), \text{ por lo que la TEA es de } 4,06\%$$

Para distinguir una tasa de otra, diremos que 4% es la tasa nominal anual y 4,06% es la tasa efectiva anual

Si se capitaliza mensualmente, entonces la tasa será de  $\frac{0,04}{12} = 0,00\bar{3}$  mensual por lo que en un año el monto será:

$$M = C \underbrace{(1 + 0,00\bar{3})^{12}}_{\cong 1,0407} \cong C.(1,0407) \Rightarrow \text{TEA} = 4,07\%$$

**Ejercicios:**

32) ¿Qué tasa efectiva anual de interés es equivalente a una tasa nominal anual del 48% capitalizable mensualmente?

**R: 60,10%**

33) Calcular la tasa efectiva anual de una colocación al 9% de interés nominal anual con abono de intereses semestral.

**R: 9,20%**

34) Calcular la tasa efectiva anual que es equivalente a una tasa de 36% nominal anual con capitalización mensual.

**R: 42,576%**

35) Calcular la tasa efectiva anual que es equivalente a una tasa de 24% nominal anual con capitalización trimestral.

**R: 26,24%**