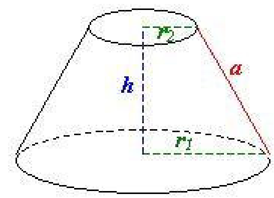
Liceo de Solymar 1 – 6to.FM2 – Examen de Matemática I – 22/febrero/2017

Nombre:	Categorías C y D	

1. Estudio analítico y representación gráfica de $f: D \to \mathbb{R}$ con $f(x) = \mathrm{L}\left|\dfrac{2x-3}{3x-2}\right| - \dfrac{5}{4}x$.

(Ayuda: $f''(x) = \dfrac{-5(12x-13)}{(2x-3)^2(3x-2)^2}$)

2. i) Un cono circular recto truncado tiene generatriz $a = 10$m y el radio r_1 da la base mayor es el doble del radio r_2 de la base menor.
Calcular la altura y los radios para que su volumen sea el mayor posible y calcular ese volumen máximo.
Nota: El volumen es $V = \dfrac{1}{3}\pi h\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$.



ii) Dada $g: [-\pi;\pi] \to \mathbb{R}$ con $g(x) = e^{\cos(x)-x}$:

a) Probar que tiene un único punto estacionario y clasificarlo.
b) Hallar su recorrido; justificar.
c) Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-e}{x^2+x}$.

3. i) Definir límite finito de una función en infinito ($\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$) y, aplicando esa definición, demostrar que $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[3]{\dfrac{1}{x}} = 0$.

ii) Definir derivada de una función en un punto y función derivada. Aplicando la definición, demostrar que si $f: f(x) = e^{-x}$ entonces $f'(x) = -f(x)$.

iii) Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas; justificar:

a) "Toda función continua en un punto es derivable en ese punto".
b) "Si *f* es una función con $f(a).f(b) < 0$, *f* tiene al menos una raíz entre *a* y *b*".
c) "Una función *f* derivable en un intervalo abierto $(a;b)$, tendrá entre *a* y *b* un punto *c* tal que $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ ".

Para uso del tribunal:

1	2	3