

Liceo de Solymar 1 – 6to. FM – Examen de Matemática I – 17/febrero/2010
Categorías C y D

Nombre:	
---------	--

1. Dada $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 2x + (1-x)L(x)$:

a) Estudiar f y representarla gráficamente.

b) Estudiar signos de $g : g(x) = \frac{f(x)}{4|x-3|-11}$.

2. a) Demostrar que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos(x + \pi)}{\sin^2(2x - \pi)}$.

3. a) Mostrar por qué cada una de las siguientes proposiciones es falsa:

i) “Si f es una función continua en un punto a entonces:

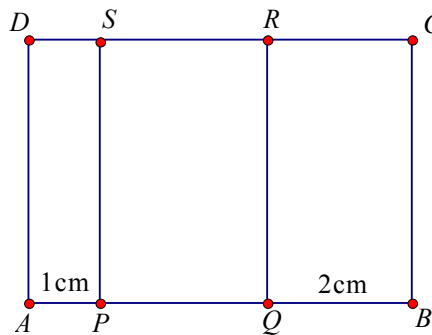
$$\exists \delta > 0 \forall x (x \in B(a; \delta) \Rightarrow f(x) \in B(f(a); \delta))”.$$

ii) “Si f es una función que cumple $f(a) > 0$ y $f(b) < 0$ entonces f tiene al menos una raíz real entre a y b ”.

iii) “Si f es una función acotada en un intervalo cerrado entonces tiene máximo y mínimo en ese intervalo”.

b) En un rectángulo $ABCD$ de 50cm^2 de área se inscribe otro rectángulo $PQRS$ como indica la figura con $AP = 1\text{cm}$ y $QB = 2\text{cm}$.

Hallar las medidas para que el perímetro total sea el menor posible.



4. a) Enunciar y demostrar el teorema de Lagrange.

b) Demostrar que si una función tiene derivada no negativa en un intervalo entonces es creciente en ese intervalo.

Para uso del tribunal:

1	2	3	4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)