

Nombre:	
---------	--

1. Dada  $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $f(x) = \frac{e^{-x}}{2-x}$  :

- a) Estudiar  $f$  y representarla gráficamente.
- b) Hallar los valores de  $\lambda$  para los que la ecuación  $f(x) + \lambda = 0$  tiene dos raíces reales positivas distintas.

2. a) Demostrar que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$ .

b) Demostrar que si  $x \rightarrow 0$ ,  $\varphi(x) = \text{sen}^2(x) + 2 \cos(x)(\cos(x) - 1)$  es infinitésimo de cuarto orden.

3. a) Derivada de la función inversa; demostrar.

b) Demostrar que la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $g(x) = 3L(x^2 + 1) - 6x \text{Arctg}(x) + 4x^3 + 6x$  es invertible y calcular la derivada de la inversa en 0.

4. a) Enunciar y demostrar el segundo teorema de Weierstrass.

b) Sea  $f$  una función derivable en  $\mathbb{R}^+$  con derivada positiva en  $\mathbb{R}^+$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \text{ y } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.$$

Demostrar que entonces  $f$  tiene una raíz positiva y, aplicando el teorema de Lagrange, demostrar que la raíz es única.

-----

Corrección:

1	2	3	4
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)