Liceo de Solymar 1 – 6to. FM – Examen de Matemática I – 13/febrero/2009

Nombre:	Grupo:	Categorías C o D

1. Dada $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2 + x - e^{-1/x}$:
a) Probar que es un infinitésimo de primer orden cuando $x \to 0^+$.
b) Probar que tiene una única raíz real y determinarla con error menor que 0,1.

2. a) Deducir las fórmulas para el cálculo de los coeficientes m y n de las asíntotas oblicuas al gráfico de una función real.
b) Estudiar y determinar asíntotas para $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $g(x) = 3x - 2\,\mathrm{Arctg}(x)$

3. Una función f es derivable en 1 con $f'(1) = 2$ y $f(1) = 0$. Para cada una de las siguientes proposiciones indicar y demostrar si es verdadera o es falsa:

i) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 0$

ii) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = 0$

iii) La recta de ecuación $y = x - 1$ es tangente al gráfico de la función f en (1; 0).

iv) $\exists \delta > 0 \forall x \left(x \in (1;1+\delta) \Rightarrow f(x) > 0 \right)$.

4. a) Aplicando el teorema de Lagrange demostrar que:

si $f'(x) > 0$ en un intervalo $(a;b)$ entonces $f \uparrow$ en $(a;b)$.

b) Hallar los extremos relativos y absolutos y bosquejar la gráfica de

$h:\left[-\pi;\pi\right] \to \mathbb{R}$ con $h(x) = \mathrm{sen}(x)(1 - \mathrm{sen}(x))$.

Corrección:

1	2	3	4
a)	a)	i) ii)	a)
b)	b)	iii) iv)	b)