

Número Real - Completitud

1. Definiciones

En el cuerpo ordenado $(\mathbb{R}, +, *, <)$, para $A \subset \mathbb{R}$, decimos que:

1) Un número real k es cota superior de A si:

$$\forall x \in A, x \leq k.$$

2) A es acotado superiormente si tiene alguna cota superior.

3) Un número real es supremo o extremo superior de A si es cota superior de A y cualquier número menor, no es cota superior de A .

4) Un número real es máximo de A si es supremo de A y es elemento de A .

5) Un número real h es cota inferior de A si:

$$\forall x \in A, h \leq x.$$

6) A es acotado inferiormente si tiene alguna cota inferior.

7) Un número real es ínfimo o extremo inferior de A si es cota inferior de A y cualquier número mayor, no es cota inferior de A .

8) Un número real es mínimo de A si es ínfimo de A y es elemento de A .

9) A es acotado si es acotado superiormente e inferiormente.

2. Axioma de Completitud

Todo subconjunto de \mathbb{R} , no vacío y acotado superiormente, tiene supremo real.

3. Proposiciones

I) Todo subconjunto de \mathbb{R} , no vacío y acotado inferiormente, tiene ínfimo real.

II) Si existen supremo o ínfimo de un conjunto, son únicos.

III) Si existen máximo o mínimo de un conjunto, son únicos.

4. Notaciones

Al supremo de un conjunto A lo anotamos $\sup(A)$, al ínfimo $\inf(A)$, al máximo $\max(A)$ y al mínimo $\min(A)$.