Propiedades de la funciones derivables

1. **Teorema del punto estacionario** (*Rolle*)
   Si una función es continua en un intervalo compacto y derivable en su interior, con igual imagen en sus extremos, tiene en el interior al menos un punto estacionario.

$$\left.\begin{array}{c} f \text{ función continua en } [a;b] \\ \text{derivable en } (a;b) \\ f(a)=f(b) \end{array}\right\} \Rightarrow \exists \alpha \in (a;b)\,,\, f'(\alpha)=0$$

2. **Teorema del valor medio** (*Lagrange*)
   Si una función es continua en un intervalo compacto y derivable en su interior, tiene en el interior al menos un punto con la pendiente media del intervalo.

$$\left.\begin{array}{c} f \text{ función continua en } [a;b] \\ \text{derivable en } (a;b) \end{array}\right\} \Rightarrow \exists \alpha \in (a;b)\,,\, f'(\alpha)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

3. **Teorema del valor medio de Cauchy** (*Cauchy*)

$$f \text{ y } g \text{ funciones continuas en } [a;b] \text{ y derivables en } (a;b) \Rightarrow$$

$$\exists \alpha \in (a;b)\,,\, g'(\alpha)\,(f(b)-f(a)) = f'(\alpha)\,(g(b)-g(a))$$

4. **Corolarios** (*Reglas de L'Hopital*)
   Dados $u : u(x)$ y $v : v(x)$ infinitésimos (o infinitos) derivables para $x \to \Delta$:

$$\exists \lim_{x\to\Delta} \frac{u'(x)}{v'(x)} \Rightarrow \lim_{x\to\Delta} \frac{u'(x)}{v'(x)} = \lim_{x\to\Delta} \frac{u(x)}{v(x)}$$