

División Entera - Introducción

Recordando las primeras divisiones

Trabajamos en el conjunto \mathbb{N} de los números naturales y en el sistema decimal, pero se puede realizar en los otros sistemas y en el conjunto \mathbb{Z} de los enteros. Partimos de que en \mathbb{N} tenemos las operaciones de adición (suma) y multiplicación (producto), la sustracción con restricciones (resta) y un orden total.

Recordamos la división natural estudiando un ejemplo:

¿Qué significa, por ejemplo, dividir 27 entre 6?

En los cursos primarios expresábamos que dividir 27 entre 6 es hallar la «cantidad de veces» que el 6 «entra» en el 27, y lo representábamos así:

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo} \rightarrow 27 \quad \left| \begin{array}{l} 6 \\ \hline 4 \end{array} \right. \leftarrow \text{Divisor} \\ \text{Resto} \rightarrow 3 \quad \leftarrow \text{Cociente} \end{array}$$

Termina la división entera al obtener el cociente 4 y el resto 3: el 6 «entra» 4 veces en 27 y «sobran» 3 (en esto no se admite la fracción decimal, «los números con coma»). Es importante observar que esta operación involucró a la resta (y por lo tanto a la suma), al producto y al orden (es decir, el saber si un número es menor que otro). Se cumplen dos condiciones fundamentales:

- i) $27 = 6 \times 4 + 3$ (i.e. $\text{Dividendo} = \text{Divisor} \times \text{Cociente} + \text{Resto}$)
- ii) $3 < 6$ (i.e. $\text{Resto} < \text{Divisor}$)

Y ambas se resumen en computar el resto y comprobar que sea menor que el divisor:

$$27 - 6 \times 4 < 6 \text{ (i.e. } \text{Dividendo} - \text{Divisor} \times \text{Cociente} < \text{Divisor}).$$

Un algoritmo para hallar el cociente y el resto debe computar esto y puede ser implementado así por una máquina:

Paso 1: $27 - 6 \times 0 = 27 < 6$ Falso

Paso 2: $27 - 6 \times 1 = 21 < 6$ Falso

Paso 3: $27 - 6 \times 2 = 15 < 6$ Falso

Paso 4: $27 - 6 \times 3 = 9 < 6$ Falso

Paso 5: $27 - 6 \times 4 = 3 < 6$ Verdadero - Resultado: cociente 4 y resto 3.