

**División Entera - Fundamento****Teorema fundamental**

Dados dos números naturales  $a$  y  $b$ , con  $b \neq 0$ , existen y son únicos los naturales  $q$  y  $r$  que cumplen:

$$\begin{cases} a = bq + r \\ r < b \end{cases}$$

En lenguaje lógico-matemático:

$$\forall(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}^* \exists!(q, r) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a = bq + r \wedge r < b$$

**Definiciones**

Para los números naturales  $a$ ,  $b$ ,  $q$  y  $r$ , con  $b \neq 0$ , que cumplen

$$\begin{cases} a = bq + r \\ r < b \end{cases}$$

decimos que:

- I)  $a \text{ div } b = q$  y lo llamamos *Cociente* de dividir  $a$  entre  $b$ .
- II)  $a \text{ mod } b = r$  y lo llamamos *Resto, Residuo o Módulo* de dividir  $a$  entre  $b$ .

Y con lo anterior quedan definidos en  $\mathbb{N}$  los operadores **div** y **mod**:

$$\text{div} : \mathbb{N} \times \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{mod} : \mathbb{N} \times \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$$

**Ejemplos**

$$\begin{array}{llll} 27 \text{ div } 6 = 4 & 486 \text{ div } 33 = 14 & 7 \text{ div } 13 = 0 & 1681 \text{ div } 41 = 41 \\ 27 \text{ mod } 6 = 3 & 486 \text{ mod } 33 = 24 & 7 \text{ mod } 13 = 7 & 1681 \text{ mod } 41 = 0 \end{array}$$

**Observaciones**

Según el lenguaje que se utilice los operadores  $\text{div}$  y  $\text{mod}$  se nombran de otra forma. Por ejemplo  $\text{div}$  se nombra también con  $/$  y  $\text{mod}$  con  $\%$ .