

División Entera - Ejercicios I

1. En cada una de las siguientes divisiones hallar todos los posibles $a, b, q, r \in \mathbb{N}$:

a)
$$\begin{cases} 29 \operatorname{div} 8 = q \\ 29 \operatorname{mod} 8 = r \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} a \operatorname{div} 5 = 16 \\ a \operatorname{mod} 5 = r \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} a \operatorname{div} b = 3 \\ a \operatorname{mod} b = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 48 \operatorname{div} 4 = q \\ 48 \operatorname{mod} 4 = r \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 38 \operatorname{div} b = 5 \\ 38 \operatorname{mod} b = r \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} 86 \operatorname{div} b = 30 \\ 86 \operatorname{mod} b = r \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 6 \operatorname{div} 12 = q \\ 6 \operatorname{mod} 12 = r \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} a \operatorname{div} 7 = q \\ a \operatorname{mod} 7 = 7 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 30 \operatorname{div} b = q \\ 30 \operatorname{mod} b = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 0 \operatorname{div} 6 = q \\ 0 \operatorname{mod} 6 = r \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} a \operatorname{div} 7 = q \\ a \operatorname{mod} 7 = 6 \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} 81 \operatorname{div} b = q \\ 81 \operatorname{mod} b = 2 \end{cases}$$

2. Hallar todos los $x \in \mathbb{N}$ que cumplen $x \operatorname{div} 4 = x \operatorname{mod} 4$.

3. Hallar los naturales que divididos entre 36 dan resto igual al cuadrado del cociente.

4. Para cada una de las siguientes proposiciones, demostrarla si es verdadera, o refutarla con un contraejemplo si es falsa:

$\forall a, b, c, d \in \mathbb{N}$

I) $1 \mid a$

VI) $a \mid b \Rightarrow ac \mid bc$

II) $a \mid a$

VII) $c \neq 0 \wedge ac \mid bc \Rightarrow a \mid b$

III) $a \mid b \wedge b \mid a \Rightarrow a = b$

VIII) $a \mid bc \Rightarrow a \mid b \vee a \mid c$

IV) $a \mid b \wedge b \mid c \Rightarrow a \mid c$

IX) $a \mid c \wedge b \mid c \Rightarrow ab \mid c$

V) $a \mid b \wedge c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$

X) $a \nmid bc \Rightarrow a \nmid b \wedge a \nmid c$

5. Demostrar que:

a) La suma de dos números pares es un número par.

b) La suma de dos números impares es un número par.

c) La suma de un par y un impar es un impar.

d) El producto de dos números pares es múltiplo de 4.

e) El producto de dos números impares es impar.

f) La suma de tres números naturales consecutivos es un número múltiplo de 3.