

## Ejercicios extraídos de Repartidos de FING- CDIV

### • Valor Absoluto

1      j)  $|2x - 5| < |3x + 4|$       k)  $x^2 - 5|x| + 4 \geq 0$       l)  $3|x| - |x - 2| > 2$

2.

Formular de nuevo cada una de las siguientes expresiones, utilizando como mínimo una vez menos el signo de valor absoluto, En este ejercicio  $a$ ,  $b$  y  $c$  son valores reales arbitrarios.

a)  $|\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{7}|$       b)  $||a + b| - |a| - |b||$       c)  $||a + b| + |c| - |a + b + c||$       d)  $||\sqrt{2} + \sqrt{3}| - |\sqrt{5} - \sqrt{7}||$

### • Inecuaciones

#### Medias

En este ejercicio se estudiarán distintos tipos de medias entre dos números.

Sean  $a, b$  dos números reales, con  $0 < a < b$ , se definen las siguientes medias:

$$\begin{array}{lll} A := \frac{a+b}{2} & G := \sqrt{ab} & H := \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \\ \text{Media aritmética} & \text{Media geométrica} & \text{Media armónica} \end{array}$$

Demostrar que  $a < H < G < A < b$ .

Definimos ahora la media cuadrática como

$$C := \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

Probar que  $a < C < b$  y comparar  $C$  con las otras medias.

### • Lógica

¿Dónde está el error en la siguiente “demostración”?

Sea  $x = y$ , entonces

$$\begin{array}{l} x^2 = xy \\ x^2 - y^2 = xy - y^2 \\ (x + y)(x - y) = y(x - y) \\ x + y = y \\ 2y = y \\ 2 = 1 \end{array}$$

- Composición de funciones

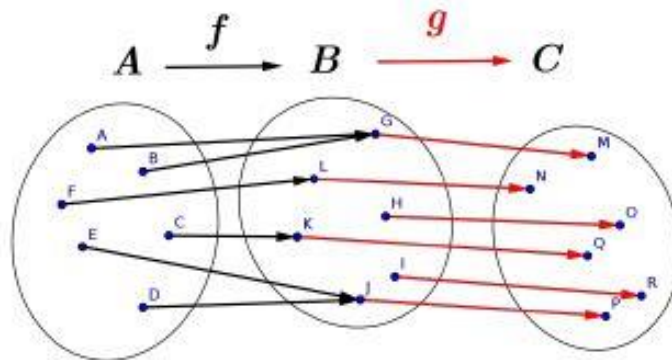
4. Sean  $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  funciones. Demuestre o de un contraejemplo de las siguientes afirmaciones

a)  $f \circ (g+h) = f \circ h + f \circ g$       b)  $(g+h) \circ f = g \circ f + h \circ f$

c)  $\frac{1}{f \circ g} = \frac{1}{f} \circ g$       d)  $\frac{1}{f \circ g} = f \circ \frac{1}{g}$

- Clasificación de funciones

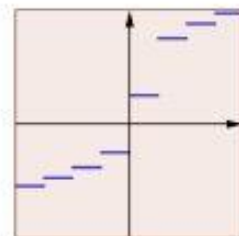
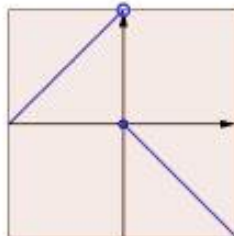
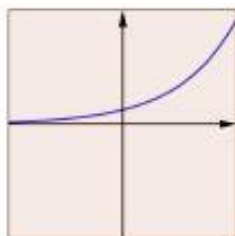
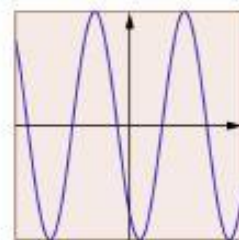
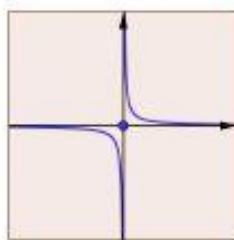
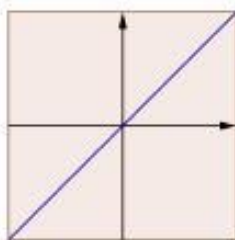
5. Sean  $f: A \rightarrow B$  y  $g: B \rightarrow C$  funciones dadas por el siguiente diagrama



a) Calcular  $g \circ f$

b) Para las funciones  $f$ ,  $g$  y  $g \circ f$ , determinar cuales son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

6. Determinar para los siguientes bosquejos de funciones cuales son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas:



7. Determinar para las siguientes funciones  $f: A \rightarrow B$  cuales son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas:

- a)  $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N}, f(x) = x + 5$       b)  $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}, f(x) = x + 5$       c)  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f(x) = x + 5$   
 d)  $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N}, f(x) = 2x$       e)  $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}, f(x) = 2x$       f)  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f(x) = 2x$   
 g)  $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}, f(x) = x^3$       h)  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f(x) = x^3$