**División Entera - Divisibilidad**

## Introducción

En la división entera se vinculan cuatro números: *dividendo*, *divisor*, *cociente* y *resto*. Cuando el resto es igual a 0 decimos que la división es "*exacta*", que el dividendo es *divisible* por el divisor o que el divisor es un *divisor* del dividendo.
Por ejemplo:

- 6 es un divisor de 18 ya que $18 \bmod 6 = 0$.
- 5 no es divisor de 18 porque $18 \bmod 5 \neq 0$.

## Definiciones: Divisibilidad - Divisores - Múltiplos

1) Si $a \bmod b = 0$ decimos que:

   I) $a$ es *divisible* por $b$.
   II) $b$ es un *divisor* de $a$.
   III) $b$ *divide* a $a$ (notación: $b \mid a$).
   IV) $a$ es un *múltiplo* de $b$.

2) Llamamos $D(a)$ al conjunto de todos los *divisores* de $a$: $D(a) = \{x \in \mathbb{N} : x \mid a\}$.

3) Llamamos $\dot{b}$ al conjunto de todos los *múltiplos* de $b$: $\dot{b} = \{x \in \mathbb{N} : b \mid x\}$.

## Observaciones

1) $\forall a \in \mathbb{N} : 1 \mid a$ y también $\forall a \in \mathbb{N}^* : a \mid a$.
   Por lo tanto: "*Todo natural mayor que* 1 *tiene al menos dos divisores*".

2) Teniendo en cuenta estas definiciones y la definición de división entera, las cinco proposiciones siguientes resultan equivalentes:

$$a \bmod b = 0 \Leftrightarrow b \mid a \Leftrightarrow \exists! q \in \mathbb{N} : a = bq \Leftrightarrow b \in D(a) \Leftrightarrow a \in \dot{b}$$

## Ejemplo

$18 \bmod 6 = 0 \Leftrightarrow 6 \mid 18 \Leftrightarrow 18 = 6 \times 3 \Leftrightarrow 6 \in D(18) \Leftrightarrow 18 \in \dot{6}$
Variando el divisor o el dividendo vemos que:

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$\dot{6} = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ..., 3042, ...\} \text{ y este conjunto es } \textit{infinito}.$$