

Resolución de la Ecuación de 2do. Grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$, si $\Delta \geq 0$, 2 raíces reales
si $\Delta < 0$, 2 raíces no reales

Productos Notables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

Multiplicaciones y Divisiones en Q

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{a \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} = a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$$

Propiedades de la Potenciación

$$a^0 = 1, (a \neq 0)$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$a^m : b^m = (a : b)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Propiedades de la Radicación

$$\sqrt[m]{a^m} = a, \text{ si } m \text{ impar}$$

$$\sqrt[m]{a^m} = |a|, \text{ si } m \text{ par}$$

$$(\sqrt[m]{a})^m = a$$

$$\sqrt[m]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^n}$$

$$\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$$

$$\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Propiedades de la Logaritmicación

$$\log_a a^p = p$$

$$a^{\log_a p} = p$$

$$\log_c |a \cdot b| = \log_c |a| + \log_c |b|$$

$$\log_c \left| \frac{a}{b} \right| = \log_c |a| - \log_c |b|$$

$$\log_{c^q} a = \frac{1}{q} \log_c a$$

$$\log_{c^q} a^p = \frac{p}{q} \log_c a$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log_b a \cdot \log_a b = 1$$

Función Exponencial

$$f(x) = a^{g(x)}$$

* $D(f(x)) = D(g(x))$

* $sgf(x) = +1$

Función Logarítmica

$$f(x) = \log_a g(x)$$

* *Condiciones de existencia:*
 $a > 0$
 $a \neq 1$
 $g(x) > 0$

* $sgf(x) = (a - 1)(g(x) - 1)$

* $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

1) Resolver en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones:

a) $3^x = 27$

b) $3^{|x|} = 27$

c) $2^{3x+5} = 16^{x-1}$

d) $4^{2x} = 4096$

e) $2^{\frac{2x+3}{x-2}} = 256^4$

f) $(4^{3-x})^{(x-2)} = 1$

g) $(3^{2x})^2 = 9$

h) $4^{x^2+2} = 8^{x+2}$

i) $0,16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-x}{2}+2} = \frac{2^{x+2}}{100}$

j) $\frac{6^5 \cdot 6^x}{36} = 6^9$

k) $\frac{5^7 \cdot 5^4}{5^x} = 25$

l) $\frac{2^{x-5} \cdot 8^{2x}}{4^{2x}} = \frac{1}{4}$

m) $3^{x^2+x} \cdot 5^{x^2+x} = 1$

n) $5^{x+1} + 5^x = 750$

ñ) $3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$

o) $2^{3x} \cdot 2^{x^2} = 1$

p) $2^x \cdot 4 = 4^x$

q) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

r) $2^{x+3} + 4^{x+1} = 320$

s) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$

t) $2 \cdot 2^{-x} - 3 \cdot 2^{-2x} + 1 = 0$

2) Resolver en \mathbb{R} las siguientes inecuaciones:

a) $(0,72)^{x^2-7x+12} < 1$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3x+2}{x-1}} > 1$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1-3x} < 32$

d) $\left(\frac{7}{6}\right)^{x^2-2x} < 1$

e) $\left(\frac{7}{6}\right)^{\frac{x^2-1}{x}} > \left(\frac{7}{6}\right)^4$

f) $27 < 81^{\sqrt{x-2}}$

g) $3^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4}$

h) $27^x \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-4x}$

j) $27 \cdot 3^{\frac{2}{x}} - 12 \cdot 3^{\frac{1}{x}} \geq -1$

1) Calcular utilizando propiedades:

$$a) \log_3 5 =$$

$$b) \log_2 \frac{4 \times 16}{32} =$$

$$c) \log_5 \frac{0,2 \times 125}{25} =$$

$$d) \log_5 \frac{1}{25} =$$

$$e) \log_2 \sqrt[5]{2^7} =$$

$$g) \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} =$$

$$h) 5^{\log_5 31} =$$

$$i) \log_{\sqrt{x^7}} \sqrt[5]{x^3} =$$

2) Resolver en \mathbb{R} (recuerda controlar si las soluciones halladas pertenecen al Dominio):

$$a) \log_{10} x = 2$$

$$b) \log_x 49 = 2$$

$$c) \log_x 121 = 2$$

$$d) \log_x 243 = 5$$

$$e) \log_{\frac{1}{2}} x = 2$$

$$f) \log_x \left(\frac{1}{8} \right) = \frac{1}{2}$$

$$g) \log_{\frac{1}{6}} x^2 = 0$$

$$h) \log_{\sqrt{2}} (x^2 + x + 2) = 4$$

$$i) \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$$

$$j) \log(35 - x^2) = 2 \log(5 - x)$$

$$k) \log_3(x + 2) = 1 - \log_3(2x - 5) + \log_3 3^3$$

$$l) \log_5 3 \cdot \log_3 25 = x$$

3) a) Hallar el dominio de las siguientes funciones.

b) Aplicando propiedades reducir sus expresiones y luego estudiar el signo de las imágenes.

$$f(x) = \log_3(4x + 1) + \log_3(3 - x)$$

$$g(x) = \log_4(x + 1) - \log_4(x^2 + 4x + 3)$$

$$h(x) = \log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 9x + 1) + 2 \log_{100}(x + 1)$$

$$i(x) = \log 3x - \log(3x - 3) + 2 \log(x - 1)$$

$$j(x) = \log(7x - 9)^2 + 2 \log(3x - 4) - 2$$

$$k(x) = \log_3 3(x + 1) + \log_9 3x - \log_3(x + 1)$$

$$l(x) = \log_{(x-2)}(3x - 4) - 4 \log_{(x-2)^4} x$$

4) Resolver en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones:

$$i) f(x) = 1$$

$$ii) g(x) = -1$$

$$iii) h(x) = 1 \quad S = \left\{ \frac{1}{10}, 9 \right\}$$

$$iv) i(x) = \log 6 \quad S = \{3\}$$

$$v) j(x) = 0 \quad S = \{2\}$$

$$vi) k(x) = \frac{1}{2} \quad S = \left\{ \frac{1}{9} \right\}$$

$$vii) l(x) = \log_2 \sqrt{8} - \frac{1}{2} \quad S = \{4\}$$

5) Resolver en \mathbb{R} las siguientes inecuaciones:

$$a) \log_2(3x - 1) \geq 0$$

$$b) \log_{\frac{1}{2}}(5 - x) \leq 0$$

$$c) \log_{0,2} x < 0$$

$$d) \log_{23}(x^2 - 9) < 1$$

$$e) \log_{\frac{1}{2}} x > 4$$

$$f) \log_3(x - 3)(5x - 1) < 0$$

$$g) \log_2(x^2 + x) - 1 > 0$$

$$h) \log_{0,2} x < -3$$

$$i) \log(x + 1) - \log x < 2$$

$$j) \log_3 \frac{4x - 1}{x} \leq 1$$

$$k) \frac{2^x \cdot (x - 1)}{\ln(x + 1)} \geq 0$$

$$l) \frac{\log \sqrt{2}^x}{1 - x^2} \leq 0$$