Divisores de un natural compuesto

En virtud del *Teorema Fundamental de la Aritmética*, todo número compuesto es producto de factores primos y esos factores son únicos.

$$\forall a \text{ compuesto}, \exists p_i \text{ primos}, \alpha_i \in \mathbb{N}^*, i = 0..m :$$
$$a = p_0^{\alpha_0} \times p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} ... \times p_m^{\alpha_m} = \prod_{i=0}^{i=m} p_i^{\alpha_i}$$

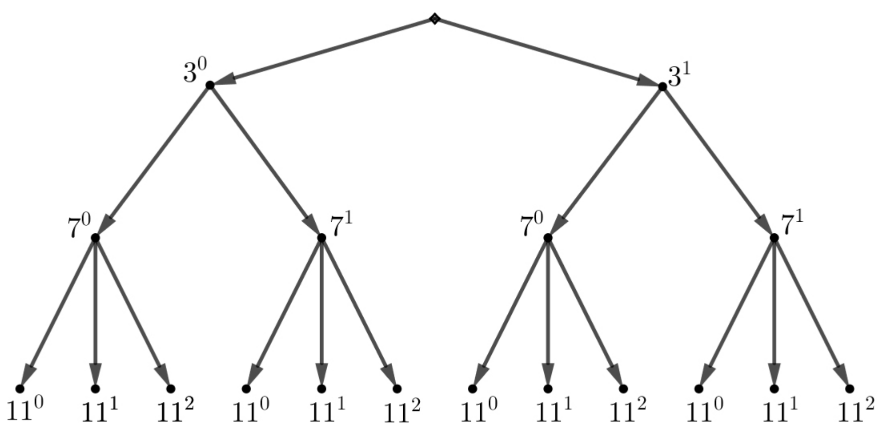
Teniendo en cuenta que cada factor $p_i^{\alpha_i}$ tiene $\alpha_i + 1$ divisores, el conteo con el *principio del producto* nos permite deducir que la *cantidad de divisores* de a es igual al producto de todos los $\alpha_i + 1$:

$$\#D(a) = (\alpha_0 + 1)(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) ... (\alpha_m + 1) = \prod_{i=0}^{i=m} (\alpha_i + 1)$$

Ejemplo

Dado el natural compuesto 2541:

- Hallamos su DFP: $2541 = 3 \times 7 \times 11^2 = 3^1 \times 7^1 \times 11^2$
- Calculamos: $\#D(2541) = 2 \times 2 \times 3 = 12$
- Hallamos todos sus divisores con un *árbol*:



Multiplicando por las *ramas* obtenemos en las *hojas* los divisores del número:

$$D(2541) = \{1, 11, 121, 7, 77, 847, 3, 33, 363, 21, 231, 2541\}$$