1. Definiciones

1) Una función $f : x \mapsto f(x)$ es un infinitésimo o infinitesimal para $x \to \Delta$ si $\lim\limits_{x\to\Delta} f(x) = 0$.

2) Si $u : x \mapsto u(x)$ y $v : x \mapsto v(x)$ son infinitésimos para $x \to \Delta$ y:

   I) $\lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{u(x)}{v(x)} = \infty$, decimos que $u(x)$ es de menor orden que $v(x)$.

   II) $\lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{u(x)}{v(x)} = 0$, decimos que $v(x)$ es de menor orden que $u(x)$.

   III) $\lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{u(x)}{v(x)} = k \in \mathbb{R}^*$ decimos que $u(x)$ y $v(x)$ son de igual orden.

   IV) $\lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{u(x)}{v(x)} = 1$ decimos que $u(x)$ y $v(x)$ son equivalentes.
   Notación: $u(x) \underset{x\to\Delta}{\sim} v(x)$.

3) Si $x \to a$ y $p > 0$, $(x-a)^p$ es un infinitésimo de orden p.

4) Si $x \to \infty$ y $p > 0$, $\dfrac{1}{x^p}$ es un infinitésimo de orden p.

2. Proposiciones

1. La suma de infinitésimos de distinito orden es un infinitésimo equivalente con el de menor orden.

$$u(x) \underset{x\to\Delta}{\to} 0 \wedge v(x) \underset{x\to\Delta}{\to} 0 \wedge \lim_{x\to\Delta} \frac{u(x)}{v(x)} = 0 \Rightarrow u(x) + v(x) \underset{x\to\Delta}{\sim} v(x)$$

2. *Sustitución por equivalentes.*
   El límite no cambia si se sustituye un infinitésimo factor o divisor por otro equivalente.

   I) $u(x) \underset{x\to\Delta}{\sim} v(x) \Rightarrow \lim\limits_{x\to\Delta} h(x)u(x) = \lim\limits_{x\to\Delta} h(x)v(x)$.

   II) $u(x) \underset{x\to\Delta}{\sim} v(x) \Rightarrow \lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{h(x)}{u(x)} = \lim\limits_{x\to\Delta} \dfrac{h(x)}{v(x)}$.

3. Límites fundamentales

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{Ł}(1+x)}{x} = 1.$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1.$

3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1.$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin(x)}{x} = 1.$

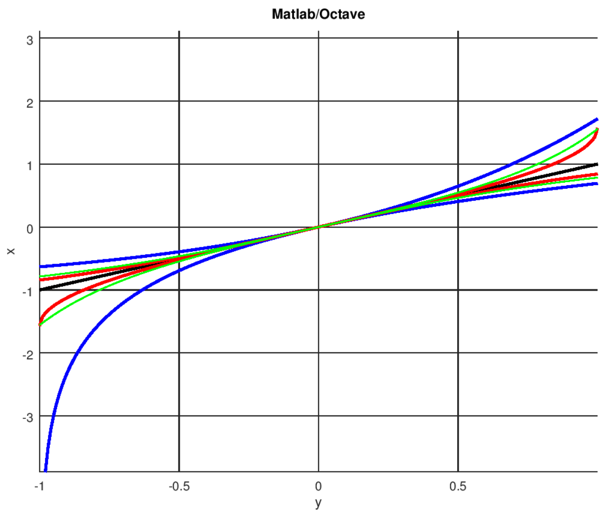
5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(x)}{x} = 1.$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arctan(x)}{x} = 1.$

4. Equivalentes principales

Si $x \to 0$:

I) $x \sim \text{Ł}(1+x) \sim e^x - 1 \sim \sin(x) \sim \arcsin(x) \sim \tan(x) \sim \arctan(x)$



II) $1 - \cos(x) \sim \dfrac{1}{2}x^2$