
Sucesiones Reales - Cotas y extremos

1. Definiciones

Para una sucesión real $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, decimos que:

- 1) Un número real k es cota superior de (x_n) si:

$$\forall n \in \mathbb{N}, x_n \leq k.$$

- 2) (x_n) es acotada superiormente si tiene alguna cota superior.

- 3) Un número real es supremo o extremo superior de (x_n) si es cota superior de (x_n) y cualquier número menor, no es cota superior de (x_n) .

- 4) Un número real es máximo de (x_n) si es supremo de (x_n) y es elemento de (x_n) .

- 5) Un número real h es cota inferior de (x_n) si:

$$\forall n \in \mathbb{N}, h \leq x_n.$$

- 6) (x_n) es acotada inferiormente si tiene alguna cota inferior.

- 7) Un número real es ínfimo o extremo inferior de (x_n) si es cota inferior de (x_n) y cualquier número mayor, no es cota inferior de (x_n) .

- 8) Un número real es mínimo de (x_n) si es ínfimo de (x_n) y es elemento de (x_n) .

- 9) (x_n) es acotada si es acotada superiormente e inferiormente.

2. Axioma de Completitud

Todo sucesión de números reales acotada superiormente tiene supremo real.

3. Proposiciones

- I) Todo sucesión de números reales acotada inferiormente tiene ínfimo real.

- II) Si existen supremo o ínfimo de una sucesión real, son únicos.

- III) Si existen máximo o mínimo de una sucesión real, son únicos.

4. Notaciones

Al supremo de una sucesión real (x_n) lo anotamos $\sup(x_n)$, al ínfimo $\inf(x_n)$, al máximo $\max(x_n)$ y al mínimo $\min(x_n)$.