Sucesiones Reales - Límite

1. Definiciones

Para una sucesión real $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, decimos que:

1) Es convergente si:

$$\exists b \in \mathbb{R}, \forall \epsilon > 0, \exists p > 0, \forall n > p, x_n \in (b-\epsilon; b+\epsilon),$$

y en este caso decimos que el límite de x_n es b o que x_n tiende a b, y lo escribimos $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = b$ o $x_n \to b$.

2) Es divergente si:

$$\forall h > 0, \exists p > 0, \forall n > p, x_n > h \vee x_n < -h,$$

y en este caso decimos que el límite de x_n es ∞ o que x_n tiende a ∞, y lo escribimos $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \infty$ o $x_n \to \infty$.

3) Es oscilante si no es convergente ni divergente, y en este caso decimos que no tiene límite y escribimos $\nexists \lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.

2. Proposiciones

I) Toda sucesión convergente es acotada.

II) Toda sucesión divergente no es acotada.

III) Toda sucesión creciente y acotada superiormente es convergente, y su límite es su supremo.

IV) Toda sucesión decreciente y acotada inferiormente es convergente, y su límite es su ínfimo.

V) Toda sucesión monótona y acotada es convergente.

VI) Toda sucesión monótona y no acotada es divergente.

VII) Toda sucesión monótona es convergente o es divergente (i.e. no es oscilante).