Funciones Reales - Derivadas I

Definiciones

Dada una función $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$ y un punto $a \in D$ de acumulación.

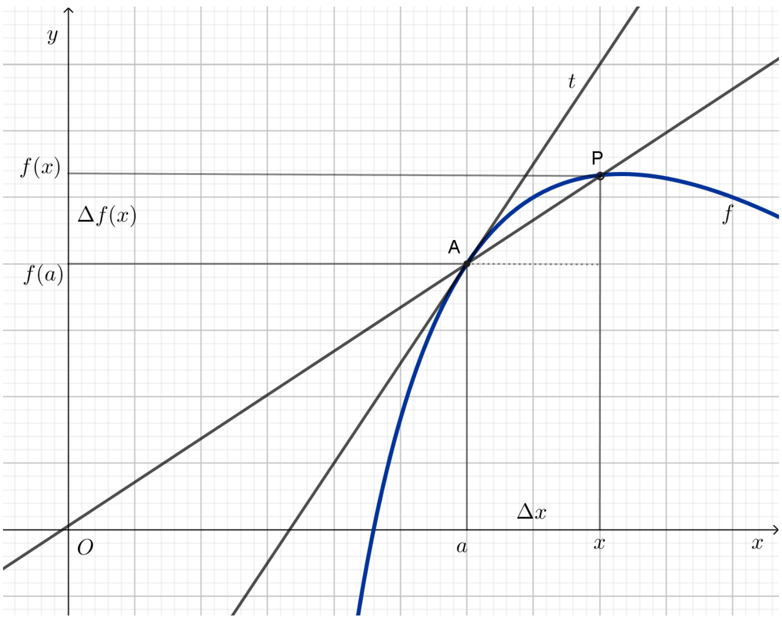
- **Incrementos**
  Dado $x \in B(a, \delta)$, el incremento de f en el punto a es $\Delta f|_a = f(x) - f(a)$ y el incremento de x es $\Delta x = x - a$.

- **Cociente Incremental o Tasa de Variación**
  Llamamos *cociente incremental* o *tasa de variación* de f en a al cociente:

$$\left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_a = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

- **Derivada y derivabilidad local**
  Decimos que f es *derivable* en el punto a si el *límite del cociente incremental existe y es finito cuando el incremento tiende a* 0. En ese caso el valor de ese límite se llamará *derivada* de f en el punto a y se nombrará con $f'(a)$ o también con $\left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right|_a$. Por lo tanto es:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \to 0} \left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_a = \left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right|_a = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$



- **Recta tangente en un punto de una curva**
  Si f es derivable en el punto a la recta t de ecuación

$$t : y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

  será la recta tangente a la curva de f en el punto $(a, f(a))$.