

Derivada - Ejercicios I

1. Para cada una de la siguientes funciones $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ y aplicando la definición de la derivada local, calcular el valor de la derivada en el punto que se indica y hallar y graficar, la ecuación de la tangente a la curva en ese punto:

- a) $f(x) = x^2$ en $(1, f(1))$ d) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ en $(-1, f(-1))$
b) $f(x) = x^2 + 1$ en $(1, f(1))$ e) $f(x) = 3x - 4$ en $(0, f(0))$
c) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ en $(2, f(2))$ f) $f(x) = -1$ en $(1, f(1))$

2. Para cada una de las siguientes funciones básicas $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, hallar su derivada global f' , bosquejar su gráfica y la de su derivada, e investigar cómo se vincula el crecimiento de la función con el signo de su derivada:

- a) $f(x) = k$ f) $f(x) = \frac{1}{x}$ j) $f(x) = L|x|$
b) $f(x) = mx + n$ g) $f(x) = e^x$ k) $f(x) = \text{sen}(x)$
c) $f(x) = x^2$ h) $f(x) = e^{-x}$ l) $f(x) = \text{cos}(x)$
d) $f(x) = x^3$ i) $f(x) = L(x)$ m) $f(x) = \sqrt{x}$
e) $f(x) = x^n$

3. *Continuidad de las funciones derivables*

Si una función es derivable en un punto, ¿puede ser discontinua en ese punto?
¿Por qué?

4. Dada

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- a) ¿Es f continua en 1? ¿Por qué?
b) ¿Es f derivable en 1? ¿Por qué?
c) Graficar la función f .
d) Hallar y graficar su derivada f' .

5. Dada

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ mx + n & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- a) Hallar m y n para que f sea derivable en 0.
b) Para los valores hallados de m y n , hallar y graficar la ecuación de su tangente en el punto de abscisa 0.
c) Hallar y graficar su derivada f' .

6. Estudiar la derivabilidad de la función valor absoluto y hallar su derivada.

7. Calcular las función derivada f' para cada una de las funciones f dadas por:

1) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

11) $f(x) = (5 - 3x)e^{2x}$

2) $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 5$

12) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x + 4}$

3) $f(x) = (3x + 2)(1 - x)$

13) $f(x) = x^2 - x + L(2x + 1)$

5) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$

14) $f(x) = L \left| \frac{x + 1}{x - 1} \right|$

6) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

15) $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$

7) $f(x) = x L|x|$

16) $f(x) = (1 - \cos(x))^2$

8) $f(x) = (x + 1)\sqrt{x}$

17) $f(x) = 1 + x + \cos(x) + \cos(2x)$

9) $f(x) = (x - 6)^5$

18) $f(x) = e^{\text{sen}(\pi x)}$

10) $f(x) = (3x + 1)^5$

8. Para cada una de las siguientes funciones hallar y graficar la recta tangente al gráfico de $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ en el punto que se indica:

a) $f(x) = xe^x$ en $(0, f(0))$.

b) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$ en $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$.

c) $f(x) = x^3 - 5x + 1$ en $(1, f(1))$.

d) $f(x) = L(3x^2 + x)$ en $(-1, f(-1))$.

e) $f(x) = e^{\cos(x)}$ en $(\pi, f(\pi))$.

f) $f(x) = \cos(x) - \text{sen}(x)$ en $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$.

9. Hallar el área del triángulo determinado por los ejes de coordenadas y la tangente a la curva de $x \mapsto \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa a .

10. La siguiente es la gráfica de una función; bosquejar la gráfica de una primitiva:

