

Derivada - Ejercicios I

1. Para cada una de las siguientes funciones $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ y aplicando la definición de la derivada local, calcular el valor de la derivada en el punto que se indica y hallar y graficar, la ecuación de la tangente a la curva en ese punto:

- a) $f(x) = x^2$ en $(1, f(1))$ c) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ en $(2, f(2))$
b) $f(x) = x^2 + 1$ en $(1, f(1))$ d) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ en $(-1, f(-1))$

2. Para cada una de las siguientes funciones $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, bosquejar su gráfica y la de su derivada f' , e investigar cómo se vincula el crecimiento de la función con el signo de su derivada:

- a) $f(x) = 3$ e) $f(x) = \frac{1}{x}$ h) $f(x) = L|x|$
b) $f(x) = 2x - 1$ f) $f(x) = e^x$ i) $f(x) = \text{sen}(x)$
c) $f(x) = x^2$ g) $f(x) = L(x)$ j) $f(x) = \text{cos}(x)$
d) $f(x) = x^3$

3. Calcular las función derivada f' para cada una de las funciones f dadas por:

- 1) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ 9) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
2) $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 5$ 10) $f(x) = (3x+1)^3$
3) $f(x) = (3x+2)(1-x)$ 11) $f(x) = (5-3x)e^{2x}$
4) $f(x) = 2x - L(x)$ 12) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x+4}$
5) $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ 13) $f(x) = x^2 - x + L|2x+1|$
6) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$ 14) $f(x) = L \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$
7) $f(x) = L|x-1| + x - 1$ 15) $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$
8) $f(x) = xe^x$

4. *Continuidad de las funciones derivables*

Si una función es derivable en un punto, ¿puede ser discontinua en ese punto?
¿Por qué?

5. Dada

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 1 \\ x & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- a) ¿Es f continua en 1? ¿Por qué?
b) ¿Es f derivable en 1? ¿Por qué?
c) Hallar y graficar su derivada f' .