Límite infinito

Definimos:

$$\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$$

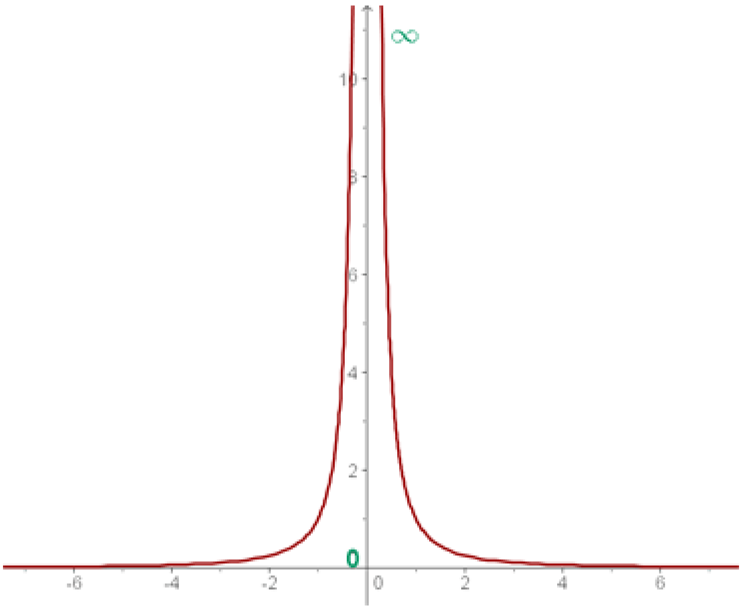
Si para todo $N > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que, para todo x, si $0 < |x - a| < \delta$, entonces $f(x) > N$

1Compruebe que

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

Solución:

Primero observemos la gráfica de la función



aquí notamos claramente que cuando $x \to 0$, la función $\frac{1}{x^2}$ crece indeterminadamente, es decir $\frac{1}{x^2} \to \infty$

Demostremos.

Sea $N > 0$ cualquier valor real positivo no cero, existe $\delta = \frac{1}{\sqrt{N}} > 0$ tal que, para todo x si

$$0 < |x - 0| < \frac{1}{\sqrt{N}}$$

entonces, quitando al cero

$$0 < |x| < \frac{1}{\sqrt{N}}$$

elevando al cuadrado

$$x^2 < \left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)^2$$

quitando la raíz

$$x^2 < \frac{1}{N}$$

reestructurando

$$N < \frac{1}{x^2}$$

concluyendo

$$\frac{1}{x^2} > N$$

llegando así a la demostración del límite