

Divisibilidad - Máximo Común Divisor

Definición: Máximo Común Divisor

Dados dos números naturales a y b , con $(a, b) \neq (0, 0)$, el conjunto $D(a) \cap D(b)$ es acotado por lo tanto *tiene máximo natural*.

En ese caso, a ese número, lo llamamos *Máximo Común Divisor* de a y b .

Notación $\text{MCD}(a, b)$ o también $\text{gcd}(a, b)$.

$$\text{MCD}(a, b) = \text{máx}(D(a) \cap D(b))$$

Ejemplos

- $\text{máx}(D(30) \cap D(18)) = \text{máx}\{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow \text{MCD}(30, 18) = 6$
- $\text{máx}(D(1078) \cap D(2695)) = \text{máx}\{1, 7, 11, 49, 77, 539\} \Rightarrow \text{MCD}(1078, 2695) = 539$.

Observaciones

- $\nexists \text{MCD}(0, 0)$
- $\forall a, b \in \mathbb{N} : \text{MCD}(a, b) = \text{MCD}(b, a)$
- Si $a \neq 0 \Rightarrow \text{MCD}(a, 0) =$
- Si $a \neq 0 \Rightarrow \text{MCD}(a, a) =$
- Si $a \mid b \Rightarrow \text{MCD}(a, b) =$
- Si $a \geq b \Rightarrow \text{MCD}(a, b) = \text{MCD}(b, a - b)$

Algoritmo

```
entrada (a,b)
funcion MCD(a,b):
    mientras b sea diferente de 0:
        asignar al par (a,b) el par (b,a-b)
salida a
```

Algoritmo recursivo

```
entrada (a,b)
funcion MCD(a,b):
    Si (b=0) salida a
    sino salida MCD(b,a-b)
```