

Sucesiones Reales - Ejercicios II

- Dada $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} : a_n = \frac{2n+3}{3n+2}$
 - Probar que es estrictamente decreciente y calcular su límite.
 - Hallar el primer elemento de la sucesión que pertenece al entorno de centro el límite y radio 0,01.
- Dada $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} : a_n = 1 + \frac{n-1}{4n+1}$
 - Probar que es estrictamente creciente y calcular su límite.
 - Hallar el primer elemento de la sucesión que pertenece al entorno de centro el límite y radio 0,00021.
- Dada $(y_n)_{n \in \mathbb{N}} : y_n = 2^{-n}$
Calcular $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N} : y_n < 0,00001$.
- Calcular el límite de las siguientes sucesiones $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$:
 - $a_n = 2n^4 - 9n^3 - 32$
 - $a_n = \frac{n^2 - 9n + 1}{n + 1}$
 - $a_n = \frac{5n^2 + 4n}{2n^3 + 7n^2 + 17}$
 - $a_n = \frac{3n^2 + 2n}{n + 1} - 3n$
 - $a_n = \frac{2^n + 3^n}{5^n}$
 - $a_n = \frac{(n+1)(2n+1)(3n+1)}{(4n+1)(5n+1)(6n+1)}$
- Para cada sucesión $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, hallar una fórmula para su término general y demostrarla por Inducción Completa.
 - $\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_{n+1} = (n+1)x_n \end{cases}$
 - $\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{n+1} = x_n + n + 1 \end{cases}$
- Para cada sucesión $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, estudiar su monotonía, calcular su límite y hallar sus valores extremos:
 - $x_n = \frac{1}{n} + \frac{n!}{2}$
 - $x_n = \log_2(n+1)$
 - $x_n = \frac{2^n}{n!}$
 - $x_n = 2 + (-1)^n + \frac{1}{n+1}$
 - $x_n = \text{sen} \left(\frac{1}{2}n\pi \right)$
 - $x_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

7. Calcular el límite de las siguientes sucesiones $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a) $a_n = n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

b) $a_n = \log_2(6n + 1) - \log_2(3n + 8)$

c) $a_n = \sqrt{n^2 + n} - n$

8. *Número de Euler.*

Investigar monotonía, límite y extremos de:

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*} : a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

9. *La Sucesión de Fibonacci y el Número Áureo*

Se llama Sucesión de Fibonacci a la siguiente:

$$(F_n)_{n \in \mathbb{N}} : \begin{cases} F_0 = 1 \\ F_1 = 1 \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \end{cases}$$

a) Calcular los veinte primeros *Números de Fibonacci*.

b) Estudiar su monotonía y su límite.

c) Probar que dos elementos consecutivos de la sucesión son números coprimos.

d) Probar que el máximo común divisor de dos números de Fibonacci es otro número de Fibonacci.

e) Investigar el límite de $\frac{F_{n+1}}{F_n}$.

f) Investigar el límite de

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}} : \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n} \end{cases}$$