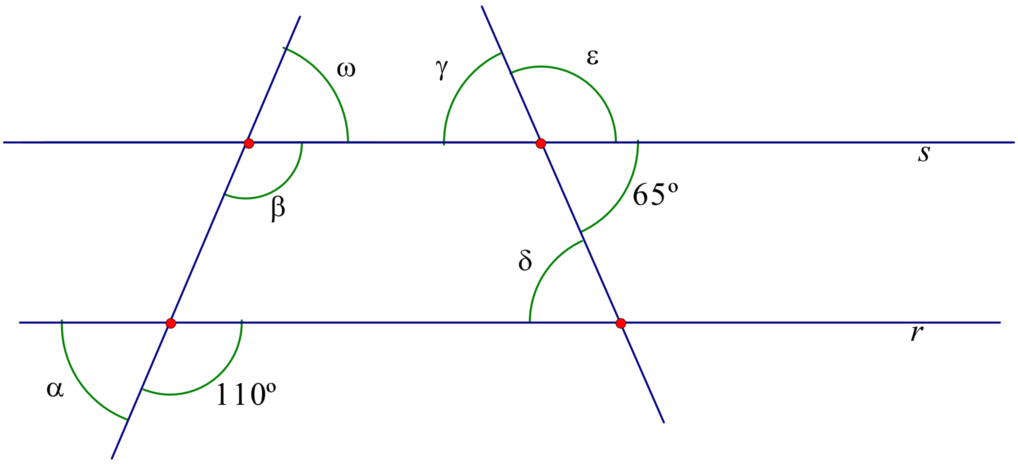
Geometría – Parte I

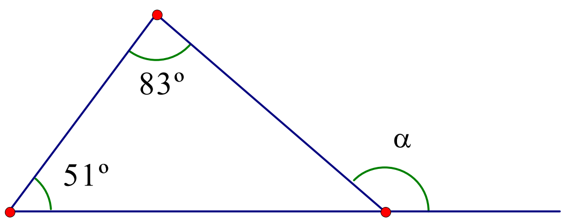
Plano, puntos, rectas, semirrectas, segmentos, rectas paralelas, Axioma de Euclides, figuras convexas, semiplanos, ángulos, triángulos, cuadriláteros convexos, polígonos convexos, distancia entre dos puntos, proyección ortogonal de un punto sobre una recta, rectas perpendiculares, mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo, paralela media, Teorema de Pitágoras, Isometrías, igualdad de triángulos.

1. Calcular los ángulos α, β, γ, δ, ε y ω sabiendo que las rectas *r* y *s* son paralelas:



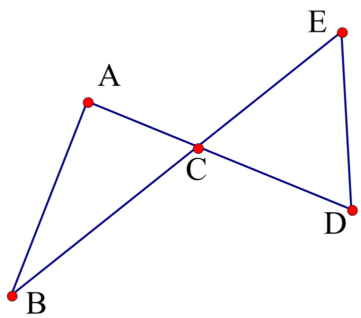
2. Indicar en cada caso si la proposición es verdadera o falsa; justificar:

a)



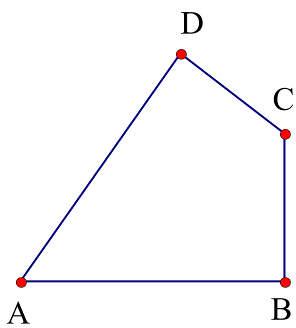
"El ángulo α es de 135º"

b)



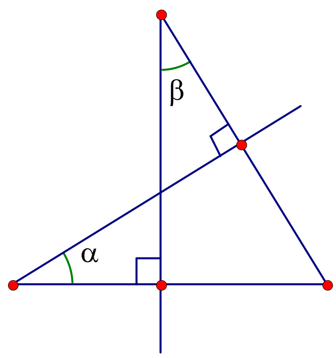
"Si el triángulo *DEC* es equilátero y el ángulo *ABC* es de 30º entonces el ángulo *CAB* es recto"

c)



"Si $AD \perp DC$ y $AB \perp BC$ entonces los ángulos *DAB* y *BCD* son complementarios"

d)



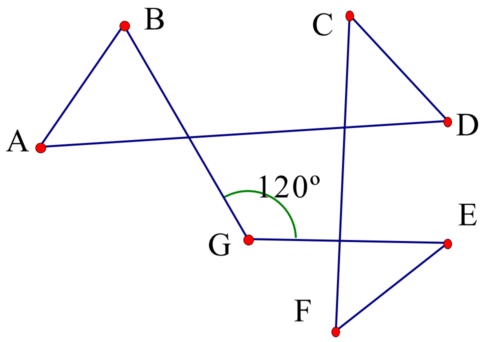
"Los ángulos α y β son iguales"

Andrés Abreu

3. Completar y demostrar:
a) “La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a ....”
b) “La suma de los ángulos externos de cualquier triángulo es igual a ....”

4. a) Calcular la suma de los ángulos de un polígono convexo de cuatro lados, cinco lados, seis lados y veintiocho lados.
b) Expresar la suma de los ángulos de un polígono convexo de *n* lados en función de *n*.

5. a) Calcular la suma de los ángulos en los vértices *A*, *B*, *C*, *D*, *E* y *F*, sabiendo que el ángulo en *G* es de 120º.



b) Calcular α sabiendo que:

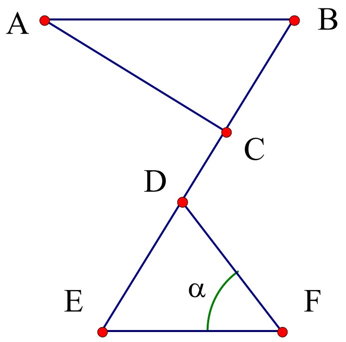
$AB \parallel EF$

$\angle ECA = 90º$

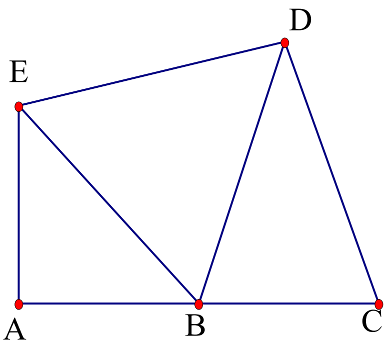
$\angle BAC = 25º$

$\angle CDF = 110º$

B, *C*, *D* y *E* están alineados.

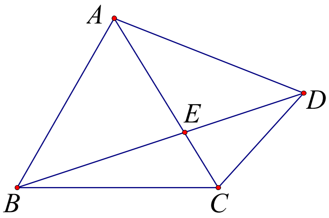


6. El triángulo *ABE* es rectángulo en *A* e isósceles. El triángulo *BDE* es equilátero y el segmento *BD* es igual al segmento *DC*. Los puntos *A*, *B* y *C* están alineados. Calcular los ángulos del triángulo *BCD*.

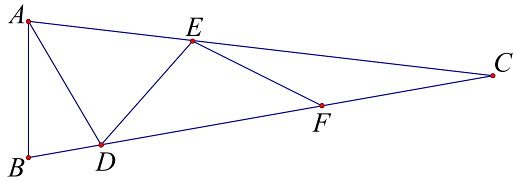


7. *ABC* es un triángulo isósceles de base *AB*.
Demostrar que la bisectriz del ángulo externo de vértice *C* es paralela a la recta *AB*.

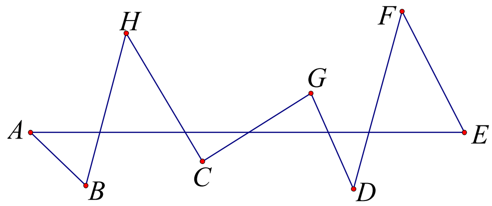
8. Considerar el cuadrilátero $ABCD$ con:
$\angle CAB = 60º$, $\angle ABD = 50º$, $\angle DBC = 10º$ y $\angle DAC = 20º$. Calcular los ángulos del triángulo EDC siendo E el punto de corte de sus diagonales.



9. El triángulo ABC es isósceles en C y $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FC}$.
Calcular $\angle BCA$.



10. Demostrar que:
$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = \widehat{F} + \widehat{F} + \widehat{G} + \widehat{H}$.



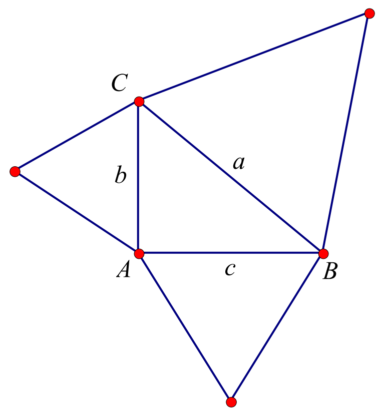
11. a) Si un cuadrado tiene el lado de longitud a, ¿cuál será la longitud de su diagonal?
b) Calcular la altura de un triángulo equilátero en función del lado.

12. a) RST es un triángulo tal que d(R, T) = 10, d(R, S) = 8 y d(S, T) = 6. ¿Es RST un triángulo rectángulo? ¿Por qué?
b) ABC es un triángulo y H es el pie de su altura trazada desde A.
Si d(B, C) = 5, d(B, H) = 1 y d(A, H) = 2, ¿el triángulo ABC es rectángulo? Demostrarlo.

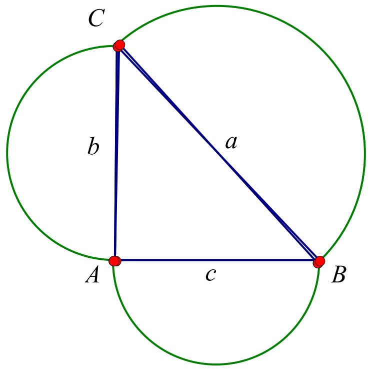
13. a) Construir un triángulo ABC rectángulo en A e isósceles cuyos catetos midan a; calcular la medida de la hipotenusa en función de a.
b) Construir un segmento que mida: i) $\sqrt{3}a$ ii) $\sqrt{5}a$ iii) $\sqrt{13}a$.

14. ABC es un triángulo rectángulo en A:

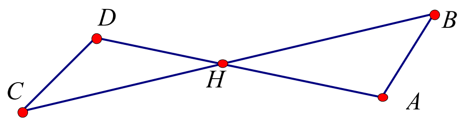
a) Demostrar que el área del triángulo equilátero de lado a es igual a la suma de las áreas de los triángulos equiláteros de lados b y c.



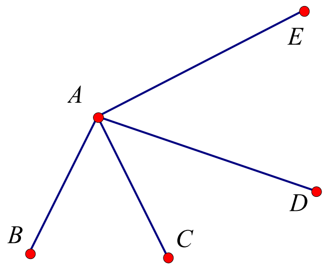
b) Demostrar que el área del semicírculo de diámetro a es igual a la suma de las áreas de los semicírculos de diámetros b y c.



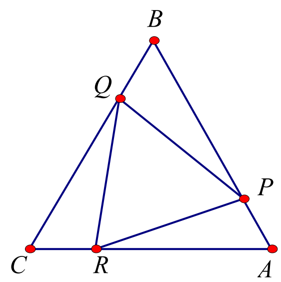
15. Demostrar que los segmentos AB y CD son iguales si H es punto medio del segmento BC y del segmento AD.



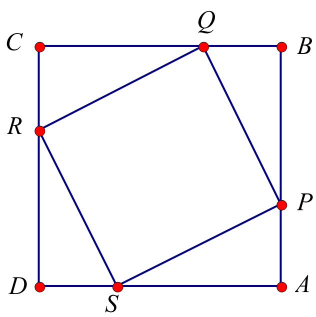
16. Sabiendo que:
$d(A, B) = d(A, C)$, $d(A, D) = d(A, E)$ y $\angle(BAC) = \angle(DAE)$, investigar si $d(C, E) = d(B, D)$.



17. a) El triángulo ABC es equilátero, los segmentos AP, BQ y CR son iguales. Mostrar que el triángulo PQR es equilátero.



b) El cuadrilátero$ABCD$ es un cuadrado, los segmentos AP, BQ, CR y DS son iguales. Mostrar que el cuadrilátero $PQRS$ es un cuadrado.



18. a) Demostrar que los puntos medios de los lados de un triángulo y uno de sus vértices, son los vértices de un paralelogramo.
b) ¿Qué relación hay entre las áreas del triángulo y del paralelogramo?
c) Determinar las condiciones que debe cumplir el triángulo para que el paralelogramo sea: i) un rombo ii) un rectángulo iii) un cuadrado.
