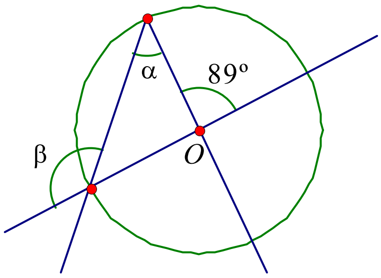
Geometría – Parte II

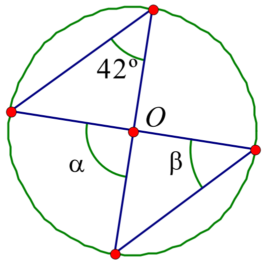
Circunferencia, ángulos inscriptos, cuadrilátero inscriptible, arco capaz.

1. Dada la circunferencia de centro *O*, calcular en cada caso los ángulos α y β:

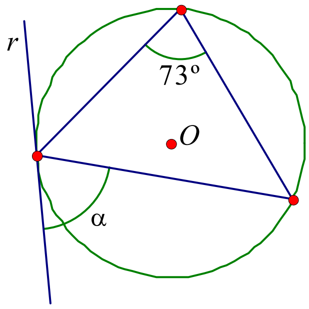
a)



b)

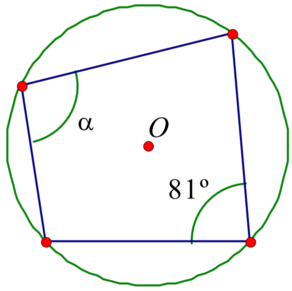


c)

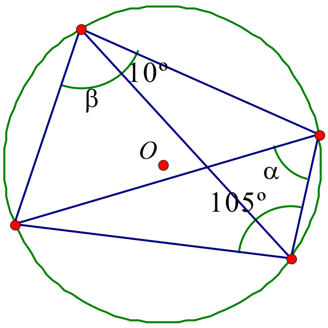


(*r* es tangente a la circunferencia)

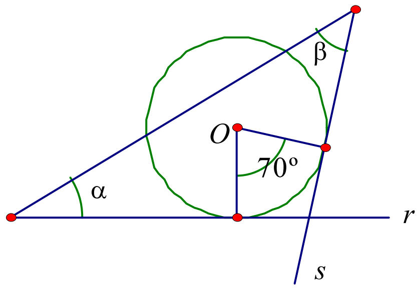
d)



e)

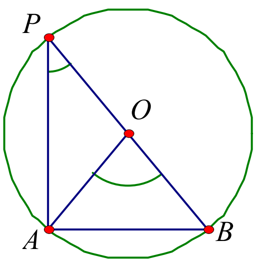


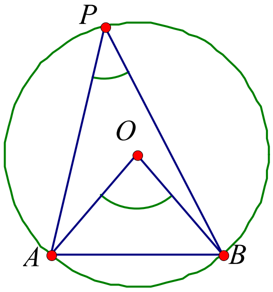
f)

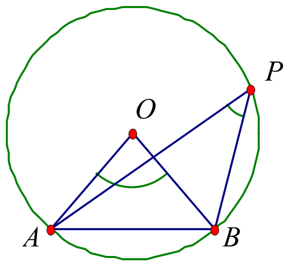


(*r* y *s* son tangentes a la circunferencia)

2. Demostrar que todo ángulo inscripto en una circunferencia es igual a la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco. (Considerar los diferentes casos)

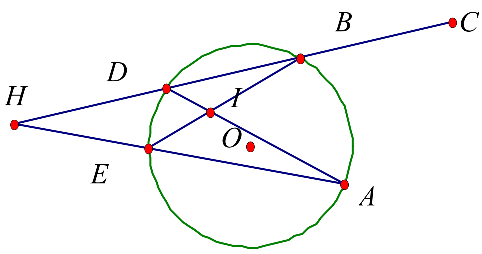






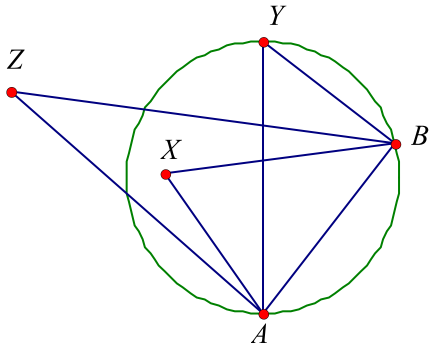
3. Indicar cuáles de los siguientes ángulos están inscriptos en la circunferencia:

a) $\angle(BDA)$ d) $\angle(IDO)$
b) $\angle(CEA)$ e) $\angle(HEB)$
c) $\angle(BIA)$ f) $\angle(HAD)$



Andrés Abreu

4. ¿Puede afirmarse que:
$\angle(BZA) < \angle(BYA) < \angle(BXA)$?
Discutirlo y demostrarlo.



5. Escribir hipótesis, tesis y demostrar el teorema enunciado:
a) Un cuadrilátero convexo es inscriptible en una circunferencia si y solo si sus ángulos opuestos son suplementarios.
b) Un cuadrilátero convexo es inscriptible en una circunferencia si y solo si los ángulos determinados por las diagonales con dos lados opuestos son iguales.

6. El segmento AB es una cuerda de una circunferencia $\mathcal{C}$. Por A se traza la tangente t y se toma en ella un punto P tal que $d(A, P) = d(A, B)$. D y B son los puntos de intersección de BP con $\mathcal{C}$. Demostrar que el triángulo PDA es isósceles.

7. En una circunferencia $\mathcal{C}(O, \delta)$ se considera un rectángulo $MNPQ$ (antihorario) inscripto tal que $\angle(MPQ) = 30°$. La perpendicular a la recta MP por Q corta a $\mathcal{C}(O, \delta)$ en T y Q; además $TO \cap \mathcal{C}(O, \delta) = \{S, T\}$.
a) Demostrar que el triángulo MOQ es equilátero.
b) Calcular la amplitud del ángulo TSN.

8. ABC es un triángulo rectángulo en A.
CBE es un triángulo isósceles y rectángulo en C, ABF es un triángulo isósceles y rectángulo en B y ICA es un triángulo isósceles y rectángulo en C.
a) Demostrar que I, A y F están alineados.
b) Demostrar que los triángulos BCI y ECA son iguales.
c) Investigar si los cuadriláteros $IFBC$ y $ABEC$ tienen la misma área.
d) ¿Existe una circunferencia que pase por los puntos I, A, B y E? Demostrarlo.