Imoda, Abigail – Pereira, Nicolás
Rodríguez, Nahuel – Sanromán, Romina
Viña, Matías – 6to Ingeniería

Trabajo

1) Función comprendida

A) 1) $-1 \le \operatorname{sen}\frac{\pi}{x} \le 1$

$$-x^2 \le x^2 \cdot \operatorname{sen}\frac{\pi}{x} \le x^2$$

$x \to 0$ $\quad 0 \quad 0 \quad 0$

Por teorema de función comprendida

7) $8x^2 = x^4 + 16$

$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

$z = x^2$ $\qquad z^2 - 8z + 16 = 0$

$$z = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(16)}}{2}$$

$$z = \frac{8 \pm 0}{2}$$

$z = 4$

$z = x^2$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$\lim_{x \to 2} 8x^2 = 32$ $\qquad \lim_{x \to -2} 8x^2 = 32$

$\lim_{x \to 2} x^4 + 16 = 32$ $\qquad \lim_{x \to -2} x^4 + 16 = 32$

Por teorema de función comprendida, se puede calcular $\lim_{x \to a} F(x)$ para $a = 2$ y $a = -2$

$$\lim_{x \to \pm 2} F(x) = 32$$

Imoda, Abigail – Pereira, Nicolás
Rodríguez, Nahuel – Sanromán, Romina
Viña, Matías – 6to Ingeniería

2) Límites

Ejercicio 1) a)

$$F(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x-2}$$

$\exists$ $x - 2 \neq 0$
$x \neq 2$ $\quad D = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

$$g(x) = x + 3$$

$\exists$ $D = \mathbb{R}$

Las funciones no tienen el mismo dominio, por lo tanto no son funciones iguales.

b) $\cdot \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\overset{\nearrow 0}{x^2 + x - 6}}{\underset{\downarrow 0}{x - 2}} = \lim \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}} = \lim x + 3 = 5$

$\cdot \lim\limits_{x \to 2} x + 3 = 5$

Por definición de límite, trabajamos en un entorno reducido, por lo tanto no importa la imagen de dos sino que las funciones se comportan de igual manera en torno a 2.

B) Cálculos

d) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\overset{\nearrow L4}{Lx}}{\underset{\downarrow 0}{x^2 + ax + b}} = +\infty$

Como el numerador tiende a un real, para que el límite sea $+\infty$, el denominador debe tender a 0.

$$x^2 + ax + b = 0$$
$$4^2 + a4 + b = 0$$
$$4a + b = -16$$

Hay infinitos a y b que verifiquen el límite, siempre que cumplan con la relación $4a + b = -16$

Imoda, Abigail – Pereira, Nicolás
Rodríguez, Nahuel – Sanromán, Romina
Viña, Matías – 6to Ingeniería

c) Problemas

Ejercicio 11

$$\lim_{v \to c^-} \underbrace{L_0 \sqrt{1 - \underbrace{v^2/c^2}_{\to 1}}}_{\to 0} = 0$$

D) $1 - v^2/c^2 \geq 0$

$\dfrac{c^2 - v^2}{c^2} \geq 0$

$- \quad -c \quad + \quad c \quad - \quad v$

Dom : $[-c, c]$

No se puede calcular el límite cuando v tiende a c^+ porque en c^+ no hay función.

Ejercicio 13)

a) Se pide la concentración en gramos/litros, se agregan al tanque 30 g de sal por cada litro de salmuera agregado y se agregan 25 litros por minuto.

Para calcular los gramos de sal por minuto:

$25 . 30 . t$

Para calcular cuantos litros se agregan por minuto: $25.t$ y se suman los 5000 litros que ya había en el tanque.

$$C(t) = \frac{\cancel{25} . 30 . t}{\underbrace{5000}_{:25} + \cancel{25}t}$$

$$C(t) = \frac{30t}{200 + t}$$

b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{30t}{\underbrace{200 + t}_{\approx t}} = \lim \frac{30\cancel{t}}{\cancel{t}} = 30$

Imoda, Abigail – Pereira, Nicolás
Rodríguez, Nahuel – Sanromán, Romina
Viña, Matías – 6to Ingeniería

Ejercicio 12)

a)

$$C(t) = \begin{cases} 10, & t \in [0,1) \\ 20, & t \in [1,2) \\ 30, & t \in [2,3) \\ 40, & t \in [3,4) \\ 50, & t \in [4,5) \end{cases}$$

b) $\lim_{x \to 1^-} C(t) = 10$

$\lim_{x \to 1^+} C(t) = 20$

$\nexists \lim_{x \to 1} C(t)$

Para que exista el límite cuando $x \to 1$, $\lim_{x \to 1^-} C(t) = \lim_{x \to 1^+} C(t)$

Como son distintos, el límite no existe, la función es discontinua cuando $x \to 1$

c)