

**Tema: Sumatoria.**

1. Calcula los siguientes números:

$$a = \sum_{i=1}^9 (3i + 2) \quad b = \sum_{i=1}^3 i^i \quad c = \sum_{i=1}^6 (2i - 1)^2 \quad d = \sum_{i=1}^4 3 \quad e = \sum_{i=3}^{10} 2^i - \sum_{i=5}^{10} 2^i$$

2. Halla "a" y "b" de modo que  $\sum_{i=a}^b (2i - 5) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ .

3. Expresa mediante el símbolo  $\sum$  las siguientes sumas:

- |                                 |                                   |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) $2 + 4 + 6 + \dots + 72$     | d) $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 128$  |
| b) $1 + 3 + 5 + \dots + 77$     | e) $3 + 4 + 6 + 10 + \dots + 130$ |
| c) $10 + 13 + 16 + \dots + 304$ | f) $9 + 16 + 25 + \dots + 81$     |

4. Expresa mediante un único símbolo  $\sum$ :

- |   |   |
|---|---|
| a) $\sum_{i=3}^{15} (4i + 3) + \sum_{i=16}^{87} (4i + 3)$ | c) $\sum_{i=1}^{35} 2i - \sum_{i=10}^{35} 2i$   |
| b) $\sum_{i=1}^{35} 2i - \sum_{i=1}^{15} 2i$              | d) $\sum_{i=3}^{15} (2i + 1) + \sum_{i=16}^{45} (2i + 1) - \sum_{i=13}^{45} (2i + 1)$ |

5. Completa:

- |  |
|--|
| a) $\sum_{i=11}^{236} (5 + i) = \sum_{i=\dots}^{135} (5 + i) + \sum_{i=\dots}^{\dots} (5 + i)$             |
| b) $\sum_{i=\dots}^{\dots} a_i = \sum_{i=26}^{\dots} a_i + \sum_{i=33}^{56} a_i + \sum_{i=\dots}^{79} a_i$ |

6. Sabiendo que  $\sum_{i=1}^{50} a_i = 85$  y que  $\sum_{i=1}^{50} b_i = 20$ , calcula:

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| a) $\sum_{i=1}^{50} 4a_i$                    | c) $\sum_{i=1}^{50} [a_i - b_i]$ |
| b) $\sum_{i=1}^{50} [3a_i + \frac{1}{5}b_i]$ | d) $\sum_{i=1}^{50} [3a_i + 5]$  |

7. Sabiendo que  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$  y que  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  calcula:

- |                           |                            |                              |
|---------------------------|----------------------------|------------------------------|
| a) $\sum_{i=1}^n (i + 3)$ | b) $\sum_{i=1}^n (4i - 5)$ | c) $\sum_{i=1}^n (i^2 + 2i)$ |
|---------------------------|----------------------------|------------------------------|

## Tema: Inducción Completa.

1. Observa que:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{8}$$

Induce una ley general y pruébala por inducción completa.

2. Demuestra por inducción completa:

a)  $\sum_{i=1}^n (3i-1) = \frac{n(3n+1)}{2}$       c)  $\sum_{i=1}^n (5i-2) = \frac{n(5n+1)}{2}$

b)  $\sum_{i=1}^n 2^i = 2^{n+1} - 2$       d)  $7 + \sum_{i=1}^{2n} 6 \cdot 7^i = 7^{2n+1}$

3. Dada la expresión:  $\sum_{i=1}^{2n} (-3i + 9)$

a) Demuestra por inducción completa:  $\sum_{i=1}^{2n} (-3i + 9) = -6n^2 + 15n$

b) Calcula:  $\sum_{i=1}^{199} (-3i + 9)$

c) Halla "n" tal que:  $\sum_{i=2n+1}^{2n+2} (-3i + 9) = -1011$

4. Dada:  $\sum_{i=1}^{2n} 3^i = \frac{3}{2}(3^{2n} + a)$

a) Halla "a" para que se verifique para  $n=1$ .

b) Para el valor hallado, demuéstrala  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

c) Calcula:  $\sum_{i=1}^6 3^i$

5. Dada:  $\sum_{i=1}^n (17i + 6) = \frac{17n^2 + 29n + a}{2}$

a) Halla "a" para que la igualdad se verifique para  $n = 1$ .

b) Para el valor de "a" hallado, demuestra que la igualdad se cumple  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

6. Sea  $\sum_{i=1}^n \frac{2}{(i+2)i} = \frac{3n^2 + an + b}{2(n+1)(n+2)}$

a) Halla a y b sabiendo que la igualdad se verifica para  $n = 1$  y  $n = 2$ .

b) Con los valores hallados de "a" y "b", demuestra que la igualdad se cumple  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

7. Demuestra por inducción completa:

a)  $5 + 7^n = 6$       b)  $5^{2n} - 3^{2n} = 16$       c)  $2^{4n} - 1 = 15$