

1. Definición: Función Valor Absoluto

$$\text{abs} : \mathbb{R} \rightarrow [0; +\infty), \text{abs}(x) = |x|:$$

$$\text{Si } x > 0 \text{ entonces } |x| = x$$

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } |x| = 0$$

$$\text{Si } x < 0 \text{ entonces } |x| = -x$$

a) Graficar y estudiar la función valor absoluto.

b) Resolver en \mathbb{R} :: i) $|x| = 2$ ii) $|x| < 2$ iii) $|x| \geq 2$ iv) $|x| = b$ v) $|x| < b$.

2. Graficar y estudiar las siguientes funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

a) $f(x) = |x - 1|$ b) $f(x) = |x + 1|$ c) $f(x) = |3x - 5|$

d) $f(x) = |2x + 5|$ e) $f(x) = |-x + 2|$ f) $f(x) = |x^2 - 1|$

g) $f(x) = |x^2 - x|$ h) $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ i) $f(x) = |-2x^2 + 3x - 5|$

3. Función Raíz Cuadrada – Función Raíz Cúbica:

a) Graficar y estudiar las siguientes funciones y sus inversas:

i) $f : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$ con $f(x) = x^2$, $f^{-1} : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$ con $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$.

ii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^3$, $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$.

b) Graficar y estudiar las siguientes funciones $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

i) $f(x) = \sqrt{x} - 1$ ii) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ iii) $f(x) = 1 + \sqrt{x + 2}$

iv) $f(x) = -\sqrt{x}$ v) $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x}$ vi) $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x - 1}$

4.a) Estudiar y graficar $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ con $f(x) = \frac{1}{x}$. ¿Cuál es su función inversa?

b) Graficar y estudiar $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ con:

i) $g(x) = \frac{1}{x} + 1$ ii) $g(x) = \frac{1}{x + 1}$ iii) $g(x) = -\frac{1}{x}$

iv) $g(x) = 1 + \frac{1}{x - 1}$ v) $g(x) = \frac{1 - x}{x}$ vi) $g(x) = \frac{2x - 1}{x}$

5. Graficar y estudiar las siguientes funciones $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

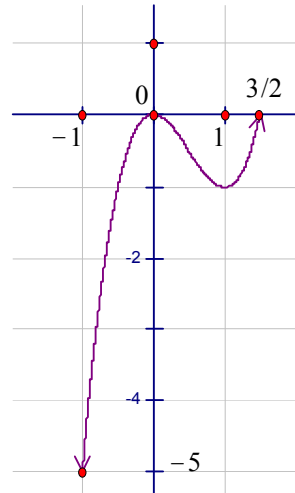
a) $f(x) = |x| - 1$ b) $f(x) = ||x| - 1|$ c) $f(x) = |x^2 - 1| - 1$

d) $f(x) = |x^3 - 2|$ e) $f(x) = |\sqrt{x} - 2|$ f) $f(x) = \frac{1}{|x|} - 1$

g) $\begin{cases} \text{Si } x \leq 0, f(x) = -(x + 1). \\ \text{Si } x > 0, f(x) = \frac{1}{x}. \end{cases}$ h) $\begin{cases} \text{Si } x > 1, f(x) = \frac{1}{x}. \\ \text{Si } -1 \leq x \leq 1, f(x) = x. \\ \text{Si } x < -1, f(x) = -1. \end{cases}$ i) $\begin{cases} \text{Si } x > 2, f(x) = \frac{1}{x - 2}. \\ \text{Si } 0 \leq x \leq 2, f(x) = \sqrt{x}. \\ \text{Si } x < 0, f(x) = 0. \end{cases}$

6. La gráfica de la figura es de una función f :

- a) Determinar dominio y recorrido; estudiar monotonía y signo.
- b) Si la ecuación $f(x) = \mu$ admite tres raíces reales distintas; ¿qué puede afirmar de μ ?



7. Funciones Exponenciales y Logarítmicas:

i) Estudiar y graficar las siguientes funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ dadas por:

a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 3^x$ c) $f(x) = e^x$

ii) Definir, graficar y estudiar las funciones inversas de las funciones anteriores.

8. Estudiar y graficar las siguientes funciones $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por:

a) $f(x) = e^{-x}$ b) $f(x) = e^{x+1} - 1$ c) $f(x) = 1 - e^{-x}$
 d) $f(x) = L(x+1)$ e) $f(x) = 2 + L(x-2)$ f) $f(x) = 1 - L|x|$

9. Funciones circulares o trigonométricas

i) Estudiar y graficar las siguientes funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

a) $f(x) = \cos(x)$ b) $f(x) = \text{sen}(x)$ c) $f(x) = \text{tg}(x)$

ii) Definir, graficar y estudiar las funciones inversas de las funciones cos, sen y tg.

10. Graficar y estudiar las siguientes funciones:

a) $f: [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \cos(x) - 1$ b) $f: [0; \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \cos(x + \pi)$

c) $f: [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 1 - \text{sen}(x)$ d) $f: [-\pi; \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

11. Aplicando el método de los Ábacos, determinar raíces y estudiar los signos de las siguientes funciones $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

a) $f(x) = x^3 + 2x - 5$ b) $f(x) = x^2 + L(x)$ c) $f(x) = e^x + x$
 d) $f(x) = e^{-x} - x + 1$ e) $f(x) = L(x) + x - 2$ f) $f(x) = e^x - L(x)$
 g) $f(x) = e^{-x} - L(x)$ h) $f(x) = \text{sen}(x) + x - 1$ i) $f(x) = \sqrt{x-2} + x^2 - 9$