

**LIMITES IDEAS ELEMENTALES, RESUMEN**

**1. LÌMITE DE UN POLINOMIO CUANDO LA VARIABLE TIENDE A UN VALOR FINITO**

a.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x) = \lim_{x \rightarrow 2} (4 - 6) = -2$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} (-3x + 4) \cdot (x - 2) = \lim_{x \rightarrow 1} (-3 \cdot 1 + 4) \cdot (1 - 2) =$

$\lim_{x \rightarrow 1} 1 \cdot (-1) = -1$  tenga en cuenta que si la variable tiende a un número puede sustituirse por ese número, siempre y cuando no se presente una indeterminación o el denominador no tienda a 0.

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \cdot (x + 4) = 0$

d.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x-1)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot 0 - 1}{0 - 2} = \frac{1}{2}$

**2.**

**a. COCIENTE DE POLINOMIOS INDETERMINACIÓN 0/0**

Veamos qué ocurre si tenemos una indeterminación  $\frac{0}{0}$

Cuando aparece un cociente de polinomios.

En el siguiente caso si sustituimos la x por 1 en el numerador tiende a 0, el denominador también por lo tanto tenemos una indeterminación y no es posible realizar las sustituciones anteriores para obtener el resultado del límite.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

Se ha factorizado  $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

Luego: se simplificó el factor común entre el numerador y denominador.

Hay que tener en cuenta que la expresión  $(x-1) \rightarrow 0$  pero no llega a serlo por lo cual puede hacerse la simplificación sin problema.

Luego que desaparece la indeterminación sustituimos la variable por el valor al cual tiende la "x".

**Veamos los siguientes casos de indeterminación  $\frac{0}{0}$ :**

en los cuales debe tenerse en cuenta que en una indeterminación  $\frac{0}{0}$  con cociente de polinomios (lo cual significa que tanto el numerador como el denominador tienden o se acercan a 0 y poseen al menos una raíz común), por lo cual hay que factorizar los polinomios para realizar las simplificaciones correspondientes.

Ejemplos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Diagram illustrating the evaluation of the limit at  $x=2$ :

- Numerator:  $x^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$
- Denominator:  $x - 2 = 2 - 2 = 0$
- The expression  $x^2 - 4$  is circled, indicating it is the numerator.

- ❖ Si sustituimos en el **numerador el valor de x** por 2, observamos que el numerador se acerca o tiende a 0
- ❖ lo mismo en el **denominador**.
- ❖ Por lo tanto tenemos una indeterminación 0/0.

- a) Primero Factorizar:  $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
- b) Recureda  $(a^2 - b^2) = (a - b) \cdot (a + b)$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$

Simplifique el factor  $(x - 2)$  que aparece en el numerador y denominador.

Sustituya la x por el valor al cual tiende.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 - 2x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1 \cdot (x-1)(x+3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} -1 \cdot (1 + 3) = -4$$

se utilizó **el teorema de descomposición factorial** para factorizar el polinomio.

**a.(x-h)(x-k)= ax<sup>2</sup>+bx+c** siendo h y k las raíces del polinomio  
a es el coeficiente del término de grado 2 en "x"

Para hallar las raíces se utilizó la fórmula de resolución de la ecuación de grado 2

**Fórmula para hallar las raíces de una ecuación de grado 2**

$ax^2+bx+c=0$  para hallar las raíces se utiliza la siguiente fórmula.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Obteniéndose las raíces h y k

Para factorizar el polinomio,  $a = -1$ , usamos la fórmula anterior y averiguamos las dos raíces que son  $x=1$  ,  $x= -3$

$$-1x^2 - 2x + 3 = -1 \cdot (x-1) \cdot (x+3)$$

Usamos esta formula:  $ax^2+bx+c=a(x-h)(x-k)$

### 1. RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

a.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 5x + 1}{x - 1} =$  R: 3

b.  $\lim_{x \rightarrow -2/5} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x + 2/5} =$  R: -7

c.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7} =$  R: 14

d.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{3x - 3} =$  R: 2/3

e.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} =$  R: 1/2

