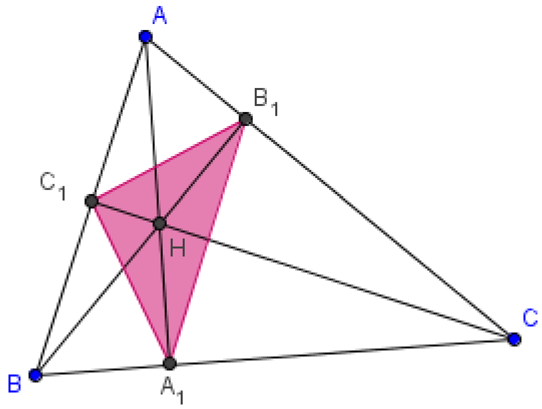
Triángulo Órtico

Definición:

Dado un triángulo ABC llamamos triángulo órtico del ABC al triángulo cuyos vértices son los pies de alturas desde A, B y C.



Propiedad:

"Las tres alturas de un triángulo son bisectrices de su triángulo órtico"

o en otras palabras,

"El ortocentro de un triángulo es el incentro de su triángulo órtico"

Demostración:

Sea ABC un triángulo y A_1, B_1 y C_1 los pies de la alturas desde A, B y C respectivamente.

1- HA_1CB_1 es inscriptible porque los ángulos HA_1C = HBC =90º
2- HA_1BC_1 es inscriptible porque los ángulos HA_1B = HC_1B = B = 90º
3- El ángulo AC_1C es rectángulo en C_1, el ángulo BB_1A es rectángulo en B_1
4- α = al ángulo HA_1B_1= HCB_1 por inscripto en HA_1CB_1
5- En el triángulo AC_1C los ángulos ACC_1= HCB_1= α
C_1AC=90º- α
6- En el triángulo AB_1B los ángulos ABB_1 =90º- α
C_1AC= α
7-ABB_1 = C_1BH = α
C_1BH = C_1A_1H por inscriptible
En HA_1BC_1
8- C_1A_1H = HA_1B_1= α
9- Por lo tanto A_1H es bisectriz del ángulo $C_1A_1B_1$

ANÁLOGAMENTE SE PRUEBA QUE LAS RESTANTES ALTURAS SON BISECTRICES EN EL TRIÁNGULO ÓRTICO